

## ЛЕКЦИЯ 3

### 3 ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ.

#### 3.1 Электростатика

##### 3.1.1 Основные понятия

Взаимодействия между заряженными частицами носят название электромагнитных. В природе существуют только два типа электрических зарядов: заряды, подобные возникающим на стекле, потёртом о кожу (их назвали положительными), и заряды, подобные возникающим на эбоните, потертом о мех (отрицательные). Одноименно заряженные частицы отталкиваются, разноименно заряженные частицы - притягиваются. Существует минимальный заряд ( $e$ ), называемый элементарным, которым обладают все элементарные частицы. Носителями отрицательного элементарного заряда являются электроны, положительного - протоны. Модуль элементарного заряда  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Заряд нейтрона равен нулю.

В последнее время физики ввели в обиход новые элементарные частицы - кварки. Кваркам приписывают дробные электрические заряды  $+2/3 e$  и  $-1/3 e$ . Однако с введением кварков представление о дискретности электрического заряда не снимается, а переносится на другой уровень.

Макроскопическое тело электрически заряжено в том случае, если оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный - недостатком электронов. Поскольку заряд  $q$  образуется совокупностью элементарных зарядов, он является целым кратным элементарному заряду, т. е.  $q = Ze$ . Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами: соприкосновением (трением), электростатической индукцией и т.д.

Электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Однако всегда исчезают или возникают одновременно по два разноимённых заряда. Например, электрон  $e^-$  и позитрон  $e^+$  (античастица электрона) при встрече аннигилируют, т.е. превращаются в нейтральные гамма-фотоны. При том исчезают  $e^-$  и  $e^+$ . Существует и обратный процесс, называемый рождением пары, в ходе которого гамма фотон, попадая в поле ядра, превращается в пару частиц -  $e^-$  и  $e^+$ . Процесс приводит к появлению зарядов  $e^-$  и  $e^+$ . Если через поверхность, ограничивающую систему зарядов, не могут проникать электрические заряды, система называется **электрически изолированной**. Для электрически изолированной системы справедлив закон сохранения электрического заряда: **в электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной:  $q_1 + q_2 + \dots + q_n = const$** . Если расстояние между заряженными телами во много раз больше их размеров, то ни форма, ни размеры тел не влияют на взаимодействие между ними. Такие заряды называются

точечными. Таким образом, *точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы, по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.*

### 3.1.2 Закон Кулона

Закон, которому подчиняется сила взаимодействия точечных зарядов, был экспериментально установлен Шарлем Кулоном в 1785 году и носит его имя. Этот закон является основным законом электростатики. Для исследования взаимодействия точечных зарядов Кулон использовал крутильные весы, схематически представленные на рисунке 3.1. Исследовалась зависимость силы взаимодействия зарядов  $q_1$  и  $q_2$  от их величины и от расстояния между зарядами  $r$ . Кулон установил:

*сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей заряды.*

Закон Кулона может быть выражен формулой:

$$\vec{F} = k_1 \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (3.1)$$

где  $\frac{\vec{r}}{r}$  - единичный радиус-вектор, направленный вдоль линии, соединяющей заряды,  $k_1$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц и, как выяснилось позже, от среды, в которой находятся заряды:

$$k_1 = k / \varepsilon,$$

где  $k$  зависит только от выбора системы единиц, а  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды, показывающая во сколько раз сила взаимодействия зарядов в вакууме больше, чем в однородном диэлектрике.

Коэффициент  $k$  в СИ принято записывать в форме  $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ .

Величину  $\varepsilon_0$  ( греческая буква «эпсилон») называют электрической постоянной. В СИ

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Нм}^2) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \quad (3.2)$$

$$k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

Таким образом формула (3.1) принимает вид:

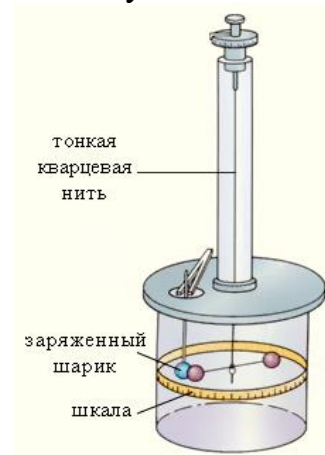


Рисунок 3.1

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (3.3)$$

На рисунке 3.2 приведён пример взаимодействия двух положительных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ :  $\vec{F}_{12}$  - сила, действующая на первый заряд  $q_1$  со стороны второго заряда  $q_2$ ,  $\vec{r}_{12}$  - радиус-вектор, проведённый от первого заряда ко второму. Закон Кулона для силы  $\vec{F}_{12}$  запишется в виде:

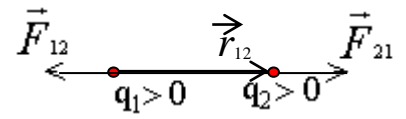


Рисунок 3.2

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad (3.4)$$

знак « - » указывает на то, что сила  $\vec{F}_{12}$  направлена против вектора  $\vec{r}_{12}$ .

Аналогично для силы  $\vec{F}_{21}$ :

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad (3.5)$$

В скалярной форме

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon r^2} \quad (3.6)$$

В случае взаимодействия одноименных зарядов кулоновская сила является силой отталкивания и считается положительной ( $F > 0$ ). В случае взаимодействия разноименных зарядов кулоновская сила является силой притяжения и считается отрицательной ( $F < 0$ ).

Зная закон взаимодействия точечных зарядов, можно вычислить силу взаимодействия заряженных тел конечных размеров. Для этого надо разбить каждое заряженное тело на столь малые кусочки, что их заряды  $dq$  можно считать точечными, вычислить по формуле (3.3) силу взаимодействия между всеми зарядами  $dq$ , взятыми попарно у двух тел, и произвести векторное суммирование этих сил. Практически это суммирование сводится к интегрированию и в общем случае является сложной математической задачей. Задача упрощается, если заряженные тела однородны и имеют правильную форму.

В СИ единицей заряда является Кулон (Кл). Величина заряда в 1 Кл устанавливается с помощью единицы силы тока 1 А: *один Кулон (1 Кл) - это заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А*. Заряд в 1 Кл очень велик. Сила взаимодействия двух точечных зарядов по 1 Кл каждый, расположенных на расстоянии 1 км друг от друга, чуть меньше силы, с которой земной шар притягивает груз массой 1т. Поэтому сообщить небольшому телу заряд в 1 Кл невозможно. Отталкиваясь друг от друга, заряженные частицы не смогут удержаться на теле.

### 3.1.3 Электрическое поле. Напряженность электрического поля

Электрические заряды вносят определенные изменения в окружающее их пространство, проявляющееся в том, что на другие электрические заряды, внесенные в это пространство, действуют силы. Если в пространстве обнаруживается действие сил на электрические заряды, то говорят, что в нем существует электрическое поле. Поле является одним из видов материи, которому присуща масса и определенная энергия. Поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами, называется электростатическим.

Силовой характеристикой электрического поля является напряжённость. *Напряжённостью поля в данной точке называется векторная физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный пробный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, и направленная так же, как и сила:*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (3.7)$$

Пробным называют заряд, который настолько мал, что не искажает исследуемое поле. Обычно пробный заряд берут положительным.

Напряженность электрического поля точечного заряда выражается формулой:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (3.8)$$

Модуль вектора напряжённости электрического поля точечного заряда:

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (3.9)$$

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$|\vec{E}_0| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (3.10)$$

Из формул (3.9) и (3.10) следует, что

$$\epsilon = E_0 / E,$$

т.е. относительная диэлектрическая проницаемость показывает во сколько раз напряжённость электрического поля в однородном диэлектрике меньше, чем в вакууме.

Если электростатическое поле создано системой точечных зарядов, то в соответствии с принципом суперпозиции, будем иметь:

**напряженность результирующего поля  $\vec{E}$ , создаваемого системой точечных зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности:**

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i.$$

При непрерывном распределении зарядов, т.е. в случае заряженных протяжённых тел, это суммирование сводится к интегрированию:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \quad (3.11)$$

Из формул (3.9) и (3.10) следует, что вектор  $\vec{E}$  зависит от свойств среды, в которой создаётся поле. Вспомогательной силовой характеристикой электростатического поля, не зависящей от свойств среды, **является вектор электрической индукции** или **вектор смещения электрического поля**:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \quad (3.12)$$

Для поля точечного заряда:

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (3.13)$$

$$|\vec{D}| = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}. \quad (3.14)$$

Единица напряженности - 1 Н/Кл = 1 В/м. Единица вектора электрической индукции (вектора электрического смещения) - 1 Кл/м<sup>2</sup> = 1 ФВ/м<sup>2</sup>.

### 3.1.4 Электрическое поле диполя

В качестве примера применения принципа суперпозиции рассмотрим поле электрического диполя.

Электрическим диполем называется система двух равных по модулю разноименных по знаку точечных зарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.

Вектор  $\vec{l}$ , направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равный по модулю расстоянию между ними, называется плечом диполя.

Электрический момент диполя (дипольный момент)  $\vec{P}$  - вектор, численно равный произведению положительного заряда на плечо диполя и

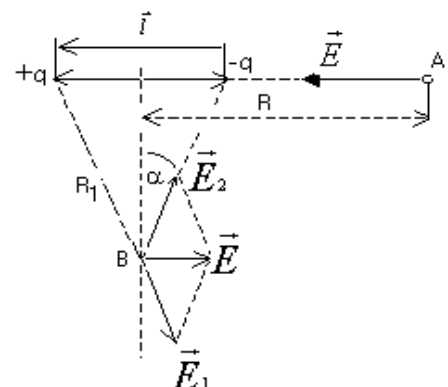


Рисунок 3.3

направленный по оси диполя от его отрицательного заряда к положительному:

$$\vec{P} = q\vec{l}; \quad |P| = q \cdot l.$$

В соответствии с принципом суперпозиции напряжённость в произвольной точке поля диполя равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-,$$

где  $\vec{E}_+$  и  $\vec{E}_-$  - напряжённости полей зарядов  $+q$  и  $-q$ , соответственно.

Для точек, расположенных на оси диполя, например, в точке А (рисунок 3.3), получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[ \frac{q}{\left(R - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(R + \frac{l}{2}\right)^2} \right] \approx \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{2ql}{R^3}. \quad (3.15)$$

Для точек, расположенных на перпендикуляре к оси диполя, проходящем посередине между зарядами, находим:

$$E = 2E_1 \sin\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{2ql}{R_1^2 2R_1} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{ql}{R^3}, \quad (3.16)$$

где  $R$  – расстояние от оси диполя до точки В.

### 3.1.5 Графическое изображение электростатических полей. Поток вектора напряженности

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряженности (силовых линий). *Линии напряженности, это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$  в этой точке* (рисунок 3.4). Силовым линиям приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и величину напряженности электростатического поля, их проводят с определенной густотой: число силовых линий, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярной линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора  $\vec{E}$ .

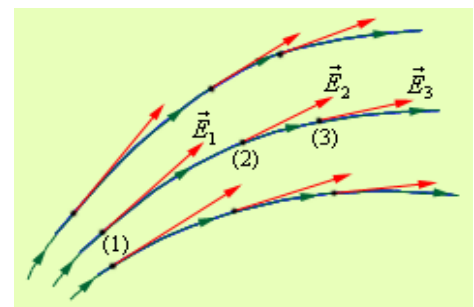


Рисунок 3.4

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности - радиальные прямые, выходящие из положительного заряда, и входящие в отрицательный заряд.

Электрическое поле, напряженность которого одинакова во всех точках пространства, называется *однородным*. Однородное поле изображается силовыми линиями одинаковой густоты.

Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\vec{n}$  к которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{E}$  (рисунок 3.5), равно :

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha = E_n dS, \quad (3.17)$$

где  $d\Phi_E$  – элементарный поток вектора напряженности через площадь  $dS$ .

Полный поток через произвольную поверхность  $S$  в произвольном электростатическом поле (рисунок 3.6) определится по формуле:

$$\Phi_E = \int E \cdot d\vec{S} \cos \alpha = \int E_n dS = \int (\vec{E}, d\vec{S}), \quad (3.18)$$

где  $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$ . Таким образом, электрический поток – скалярная величина. Он определяется через скалярное произведение векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{S}$ . Для плоской поверхности в однородном электрическом поле формула для потока вектора напряженности имеет вид:

$$\Phi_E = E \cdot S \cos \alpha = E_n S = (\vec{E}, d\vec{S}) \quad (3.19)$$

Поток вектора напряженности является алгебраической величиной: он зависит не только от конфигурации поля, но и от выбора направления вектора  $\vec{n}$ . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается внешняя нормаль, т.е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

Аналогично потоку вектора напряженности (формулы (3.18), (3.19)) вводится понятие потока вектора электрической индукции через произвольную поверхность:

$$\Phi_D = \int D \cdot d\vec{S} \cos \alpha = \int D_n dS = \int (\vec{D}, d\vec{S}),$$

Для однородного поля поток вектора  $\vec{D}$  через плоскость  $\Delta S$ :

$$\Phi_D = D \cdot \Delta S \cos \alpha = D_n \Delta S = (\vec{D}, \Delta \vec{S}).$$

Единица потока вектора напряженности 1 В·м.

Единица потока вектора электрической индукции – 1 Кл = 1 Ф·В

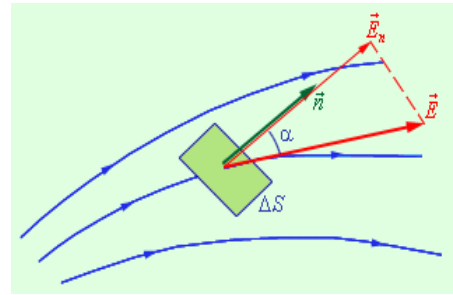


Рисунок 3.5

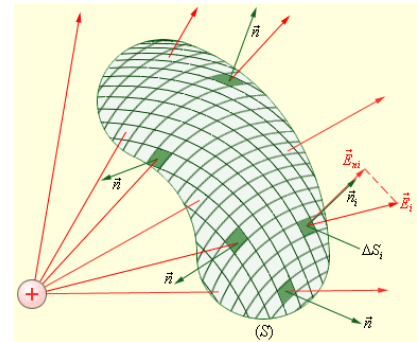


Рисунок 3.6

### 3.1.6 Работа при перемещении заряда в электрическом поле

Рассмотрим работу электростатических сил при перемещении заряда  $+q$  из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рисунок 3.7). Работа силы  $\vec{F}$  при элементарном перемещении  $d\vec{l}$  равна:

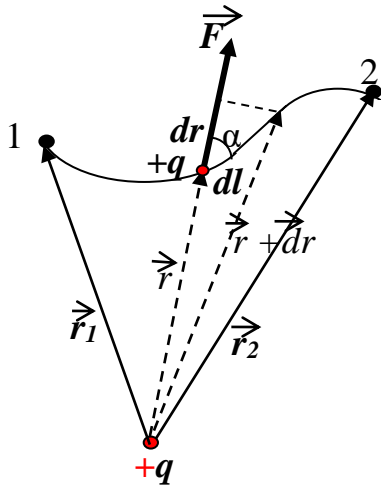


Рисунок 3.7

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha \quad (3.20)$$

Так как  $dl \cos \alpha = dr$ , то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr.$$

Работа по перемещению заряда  $q_0$  из точки 1 в точку 2 :

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q q_0}{r_1} - \frac{q q_0}{r_2} \right) \quad (3.21)$$

Из уравнения (3.21) следует, что работа электрического поля по перемещению заряда не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечной точек, следовательно, **кулоновские силы - консервативные, а электростатическое поле – потенциальное.** Работа сил электростатического поля при движении электрического заряда по любой замкнутой траектории равна нулю. Если величина перемещаемого заряда равна единице, то работа по замкнутому контуру выразится формулой:

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0 \quad (3.22)$$

Интеграл (3.22) называется **циркуляцией вектора напряжённости электростатического поля.** Равенство циркуляции нулю является необходимым и достаточным условием потенциальности поля.

Работа потенциального поля равна изменению потенциальной энергии, взятой со знаком минус:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = W_{p1} - W_{p2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q q_0}{r_1} - \frac{q q_0}{r_2} \right) \quad (3.23)$$

Отсюда следует, что потенциальная энергия заряда  $q_0$  в поле заряда  $q$  равна:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r} + C, \quad (3.24)$$



где  $C$  – произвольная постоянная, зависящая от выбора системы отсчета. Если принять что при удалении заряда в бесконечность его потенциальная энергия становится равной нулю, то  $C = 0$  и

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r} \quad (3.25)$$

### 3.1.7 Потенциал электростатического поля

Энергетической характеристикой электростатического поля является потенциал.

*Потенциалом электростатического поля в данной точке называется физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой будет обладать единичный заряд, помещённый в эту точку поля:*

$$\varphi = W_p / q_0 \quad (3.26)$$

Из этой формулы следует, что потенциальная энергия заряда в электростатическом поле

$$W_p = q\varphi.$$

Для однородного электростатического поля

$$W_p = qEd.$$

Потенциал поля точечного заряда  $q$ , согласно формулам (3.25) и (3.26), равен:

$$\varphi = k \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (3.27)$$

Работа по перемещению заряда  $q_0$  в электростатическом поле из точки 1 в точку 2, согласно формулам (3.23) и (3.26), может быть представлена в виде:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = -q_0(\varphi_2 - \varphi_1) = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0U \quad (3.28)$$

$$A = q_0 U, \quad (3.29)$$

где  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  - разность потенциалов, называемая напряжением электростатического поля,  $q_0$  – перемещаемый заряд. Потенциал можно выразить и через работу по перемещению заряда из данной точки в бесконечность. Пусть заряд  $q_0$  перемещается из точки  $r_1 = r$  в точку  $r_2 = \infty$ . Тогда, согласно формулам (3.23) и (3.27), будем иметь:

$$\varphi = A_{\infty} / q_0 \quad (3.30)$$

**Потенциал данной точки поля - это скалярная физическая величина, численно равная работе по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.**

Для одноименных зарядов  $qq_0 > 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов  $qq_0 < 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

**Принцип суперпозиции:** Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля равен алгебраической сумме потенциалов полей этих зарядов:

$$\varphi = \sum \varphi_i \quad (3.31)$$

Для поля, создаваемого заряженным телом (не точечным), суммирование в формуле (3.31) сводится к интегрированию:

$$\varphi = \int d\varphi \quad (3.32)$$

Единица потенциала и разности потенциалов:  $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$ .

### 3.1.8 Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряжённостью и потенциалом.

В электрическом поле можно провести поверхность так, чтобы её точки имели один и тот же потенциал. Такие поверхности называются **поверхностями равного потенциала или эквипотенциальными поверхностями**. Эквипотенциальной является поверхность любого проводника в электростатическом поле.

Пусть заряд  $q_0$  перемещается вдоль эквипотенциальной поверхности на расстояние  $d\ell$ . Работу, совершаемую при этом, можно рассчитать по формуле:

$$dA = F \cdot d\ell \cos\alpha = q_0 E d\ell \cos\alpha.$$

С другой стороны:

$$dA = -q_0 d\varphi = 0, \quad \text{т.к.} \quad \varphi = \text{const.}$$

Следовательно:

$$q_0 E d\ell \cos\alpha = 0, \quad q_0 E d\ell \neq 0, \quad \text{значит} \quad \cos\alpha = 0, \quad E \perp d\ell.$$

Таким образом, **напряженность поля перпендикулярна к эквипотенциальным поверхностям.**

Рассмотрим две эквипотенциальные поверхности с потенциалами  $\varphi$  и  $\varphi + d\varphi$ . Точечный заряд  $q_0$  перемещается

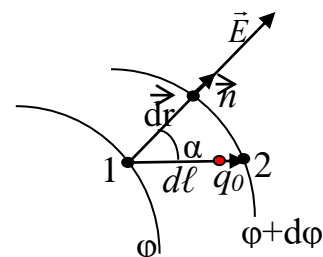


Рисунок 3.8

из точки 1 в точку 2 (рисунок 3.8). Совершаемая при этом работа равна:

$$dA = q_0 E d\ell \cos\alpha = q_0 E dr = -q_0 d\varphi.$$

Из этого уравнения следует, что

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad (3.33)$$

где  $d\varphi / dr$  – градиент потенциала, характеризует быстроту изменения потенциала вдоль силовой линии. Знак « - » говорит о том, что напряжённость поля направлена в сторону убывания потенциала. Итак:

**напряжённость поля численно равна градиенту потенциала и направлена в сторону его убывания.**

Учтём, что  $\vec{E}$  и  $\vec{r}$  можно представить через их проекции на координатные оси:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

Тогда, согласно формуле (3.33), можно записать:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

и связь между напряжённостью и потенциалом электростатического поля примет вид:

$$\vec{E} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k}, \quad (3.34)$$

Для однородного поля:

$$E = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta d} = \frac{U}{\Delta d}, \quad (3.35)$$

где  $\Delta d$  – расстояние между эквипотенциальными поверхностями по нормали к ним,  $U$  – напряжение между этими поверхностями.

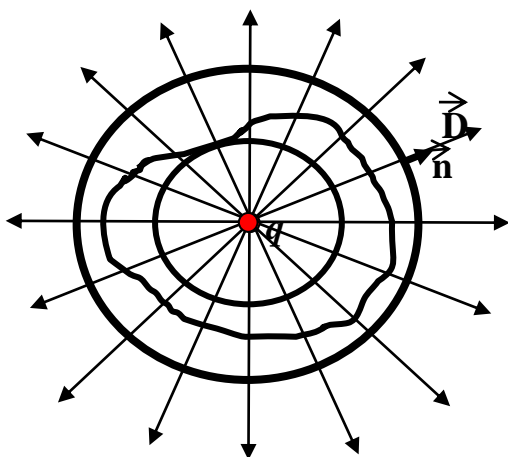


Рисунок 3.9

### 3.1.9 Теорема Остроградского-Гаусса

Расчёт электрического поля (определение напряжённости и потенциала в различных точках поля) с помощью принципа суперпозиции зачастую приводит к громоздкому интегрированию. Теорема Остроградского-Гаусса значи-

тельно упрощает эту задачу в случае симметрично расположенных зарядов. Теорема Остроградского-Гаусса связывает поток вектора индукции через произвольную замкнутую поверхность, с электрическим зарядом, находящимся внутри этой поверхности.

Пусть точечный заряд  $+q$  создаёт электрическое поле. Окружим этот заряд сферической поверхностью  $S_1$  (рисунок 3.9) и найдем поток вектора электрической индукции через эту поверхность:

$$\Phi_D = D \cdot S \cos \alpha = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = q \quad (3.36)$$

Очевидно, что такой же поток будет пронизывать не только и другую сферическую поверхность  $S_2$  (рисунок 3.9), но и любую произвольную поверхность ( $S_3$ ), внутри которой расположен заряд  $q$ . Можно показать, что если внутри произвольной поверхности находятся несколько зарядов, то поток вектора электрической индукции будет равен их алгебраической сумме. Таким образом,

**поток вектора электрической индукции через любую замкнутую поверхность численно равен алгебраической сумме всех зарядов, расположенных внутри этой поверхности** (теорема Остроградского-Гаусса):

$$\Phi_D = \oint D dS \cos \alpha = \sum q_i. \quad (3.37)$$

Если учесть, что  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$  (см. формулу (4.12)) и что для вакуума  $\epsilon = 1$ , то  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$  и

$$\Phi_E = \oint E_0 dS \cos \alpha = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \quad (3.38)$$

**поток вектора напряжённости электрического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен  $1/\epsilon_0$ , умноженной на алгебраическую сумму зарядов, расположенных внутри этой поверхности** – это ещё одна формулировка теоремы Остроградского-Гаусса.

### 3.1.10 Применение теоремы Остроградского-Гаусса.

1. *Расчёт электрического поля сферы, равномерно заряженной по поверхности зарядом  $q$ .*

Рассмотрим сферу радиуса  $R$ , с общим зарядом  $q$ , распределённым по поверхности сферы. Заряженная сфера находится в вакууме.

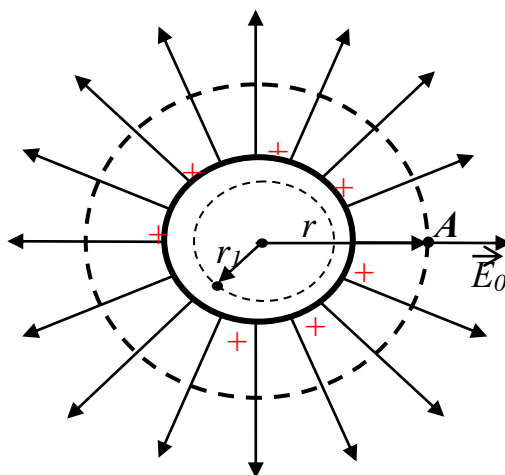


Рисунок 3.10

Определим напряжённость и потенциал поля в некоторой точке А, находящейся на расстоянии  $r$  от центра сферы. Напряженность поля в каждой точке направлена вдоль радиуса-вектора, проведенного через сферу из её центра, если заряд сферы положителен (рисунок 10), и противоположное ему направление, если заряд сферы отрицателен. Поле, окружающее заряд, обладает сферической симметрией, поэтому для определения напряженности в точке А, проведем через эту точку новую сферическую поверхность, концентрическую с заряженной сферой. По теореме Остроградского-Гаусса

$\Phi_E = E_0 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$ , из этого выражения получим:

$$E_0 = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad (3.39)$$

В среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  напряжённость поля в  $\epsilon$  раз слабее, т.е.:

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2} \quad (3.40)$$

Определим потенциал поля в точке А. По формулам (3.33) и (3.10) имеем:

$$\varphi = - \int_r^{\infty} E dr = - \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r} \quad (3.41)$$

Таким образом, напряжённость и потенциал поля заряженной сферы при  $r > R$  выражаются такими же формулами, как и для точечного заряда.

Определим напряжённость и потенциал поля на поверхности сферы, т.е. на расстоянии  $R$  от центра сферы. В этом случае гауссова поверхность совпадает с поверхностью сферы. По теореме Остроградского-Гаусса

$$\Phi_E = E_0 \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0},$$

следовательно:

$$E_0 = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \quad (3.42)$$

В среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  напряжённость поля в  $\epsilon$  раз слабее, т.е.:

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon R^2} \quad (3.43)$$

Определим потенциал поля на поверхности сферы. По формулам (3.33) и (3.10) имеем:

$$\varphi = - \int_R^{\infty} E dr = - \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R} \quad (3.44)$$

Определим напряжённость поля и потенциал внутри сферы, например, на расстоянии  $r_1$  от центра. В этом случае гауссова поверхность - сфера радиуса  $r_1$ . Так как заряд внутри сферы отсутствует, то по теореме Остроградского-Гаусса:

$$\Phi_E = E_0 \cdot 4\pi R^2 = 0, \\ E_0 = E = 0. \quad (3.45)$$

Согласно уравнению (3.33),  $\vec{E} = - \frac{d\varphi}{dr}$ , следовательно, внутри сферы

$$d\varphi / dr = 0, \quad \varphi = \text{const.}$$

Таким образом, напряжённость поля внутри сферы, заряженной по поверхности, равна нулю. Объём сферы эквипотенциален, потенциал во всех точках внутри сферы вплоть до её поверхности равен:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R}. \quad (3.46)$$

## 2. Расчёт поля равномерно заряженной бесконечной плоскости.

Рассмотрим бесконечную плоскость, заряженную равномерно положительным зарядом с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Определим напряжённость поля в некоторой точке А, расстояние до которой много меньше размеров плоскости. Электрическое поле расположено по обе стороны плоскости, его силовые линии перпендикулярны плоскости и направлены от неё.

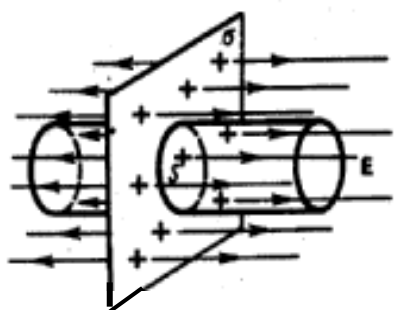


Рисунок 3.11

Из соображений симметрии в качестве гауссовой поверхности удобно выбрать цилиндрическую поверхность с образующей, перпендикулярной заряженной плоскости, а основания - параллельны ей. Цилиндрическая поверхность проведена так, что внутри неё оказался участок заряженной плоскости  $\Delta S$ . Поток через основания равен друг другу и равен  $E\Delta S$ , а поток через боковую поверхность равен 0.

По теореме Остроградского-Гаусса имеем:

$$2E_0 \Delta S = \sigma \Delta S / \varepsilon_0,$$

следовательно,

$$E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Для поля в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ :

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \quad (3.47)$$

Следует обратить внимание, что в формулу (3.47) не входит расстояние от плоскости до точки А, т.е. электрическое поле равномерно заряженной бесконечной плоскости однородное. Это справедливо до тех пор, пока плоскость можно считать бесконечно большой (пока её размеры много больше расстояния до точки А).

Определим потенциал поля в некоторой точке, находящейся на расстоянии  $r$  от плоскости ( $r$  направлено вдоль силовой линии). Из уравнения (3.33) имеем:

$$\varphi = - \int E dr$$

Если принять, что потенциал заряженной плоскости равен нулю, то потенциал поля на расстоянии  $r$  от плоскости равен:

$$\varphi = - \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} r \quad (3.48)$$

3. Напряженность поля двух бесконечных параллельных плоскостей, имеющих разноименные заряды с поверхностными плотностями  $+\sigma$  и  $-\sigma$ . Напряженность поля каждой отдельной пластины равна по абсолютному значению  $\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$  (см. формулу (3.47)). В пространстве между плоскостями силовые

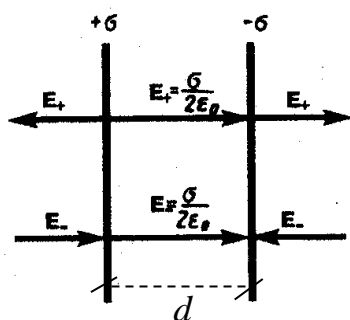


Рисунок 3.12

линии имеют одинаковое направление, напряженности при этом складываются и общая напряженность

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad (3.49)$$

Напряженности поля вне пластин равны нулю, т.к. по абсолютному значению напряженности, создаваемые каждой из них равны, но противоположны по знаку.

Найдём разность потенциалов между пластинами:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \int E dr = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} dr = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Так как  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ , то напряжение между пластинами:

$$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (3.50)$$

Рассмотренный пример представляет собой ни что иное, как поле плоского конденсатора (см. параграф 6.1.14).

### 3.1.11 Проводники в электростатическом поле

В проводниках имеются заряженные частицы, способные перемещаться под действием электрического поля. В металлах носителями свободных зарядов являются электроны. На рисунке (3.31 *а*) изображено однородное электрическое поле напряжённостью  $\vec{E}_0$ . При помещении в электростатическое поле проводника (рисунок 3.13 *в*) в проводнике происходит перераспределение зарядов -: свободные электроны перемещаются против поля (притягиваются к положительному полюсу источника поля). Правая сторона проводника заряжается при этом положительно. Это явление называется электростатической индукцией. Перемещение свободных электронов происходит до тех пор, пока возникшее по индукции электростатическое поле напряжённостью  $\vec{E}'$  (на рисунке 3.13*в* изображено пунктиром) не скомпенсирует внешнее поле. При равновесии зарядов результирующее поле и электрический заряд внутри проводника равны нулю.

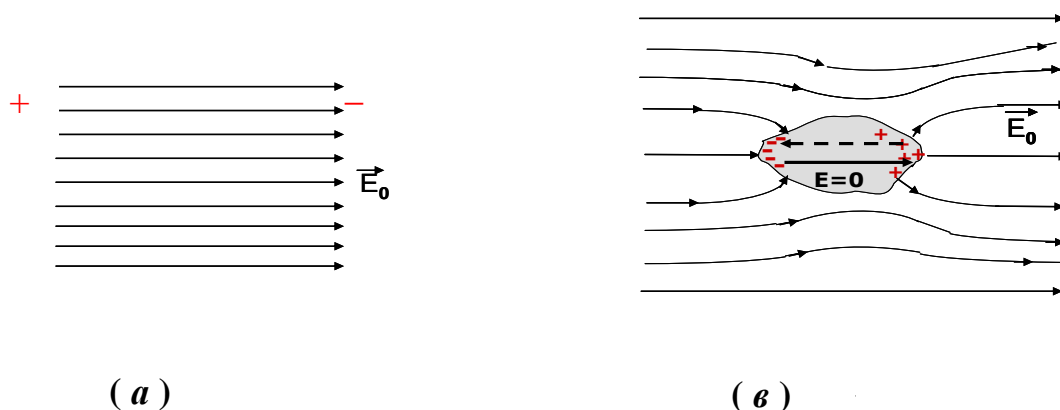


Рисунок 3.13

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

Именно поэтому напряжённость электрического поля внутри проводящего шара (см. п.6.1.10) равна нулю. На этом основана электростатическая защита. Весь статический заряд проводника сосредоточен на его поверхности.



### 3.1.12 Диэлектрики в электростатическом поле

Тела, у которых практически отсутствуют свободные заряды, способные придать в направленное движение под действием электрического поля, называются диэлектриками. Диэлектрики можно разбить на два основных вида: полярные и неполярные. У полярных диэлектриков центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Их молекулы можно рассматривать как диполи, дипольные моменты которых при отсутствии внешнего электрического поля ориентированы хаотично. В электрическом поле дипольные моменты молекул стремятся ориентироваться вдоль поля, весь объём диэлектрика приобретает дипольный момент. Неполярные диэлектрики состоят из атомов или молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают. Следовательно, при отсутствии внешнего электрического поля их дипольные моменты равны нулю. Во внешнем электрическом поле положительные заряды молекул смещаются вдоль поля, а отрицательные – против поля. У молекул, (а следовательно, у всего диэлектрика в целом) появляются дипольные моменты, ориентированные вдоль поля. Таким образом, независимо от типа диэлектрика, в электрическом поле происходит изменение его состояния, называемое поляризацией диэлектрика, которая состоит в том, что весь объём диэлектрика приобретает электрический момент. Поляризация во всех случаях ведёт к уменьшению поля в диэлектрике. Если поле в вакууме имеет напряжённость  $E_0$ , то в диэлектрике  $E = E_0/\epsilon$ . Очевидно, относительная диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$  зависит от строения и свойств диэлектрика, а также от способности диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

Для установления количественных закономерностей поля в диэлектрике

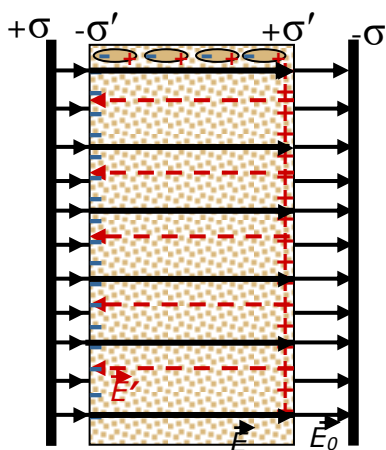


Рисунок 3.14

внесем в однородное электрическое поле  $\vec{E}_0$ , созданного двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями, пластинку из однородного диэлектрика (рисунок 13).

Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. весь его объём приобретает электрический (дипольный) момент  $\vec{P}_V$ , равный сумме дипольных моментов всех его молекул:

$$\vec{P}_V = \sum \vec{p}_i. \quad (3.51)$$

Дипольный момент единицы объема диэлектрика называется поляризованностью или вектором поляризации:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_V}{V}. \quad (3.52)$$

Для большого класса диэлектриков при не слишком сильных полях  $P \sim E$

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (3.53)$$

где  $\chi$  - диэлектрическая восприимчивость вещества.

В результате поляризации на гранях диэлектрика, обращённых к заряженным пластинам, возникают не скомпенсированные заряды. На правой грани диэлектрика, обращенной к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью  $+\sigma'$ , на левой - отрицательного заряда с поверхностной плотностью  $-\sigma'$ . Эти не скомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются связанными или индуцированными. Связанные заряды создают в диэлектрике поле, напряжённость которого  $\vec{E}'$  направлена против внешнего поля, созданного свободными зарядами пластин. Так как поверхностная плотность связанных зарядов  $\sigma'$  меньше плотности  $\sigma$  свободных зарядов плоскостей, то не все поле  $\vec{E}$  компенсируется полем зарядов диэлектрика: часть линий напряженности пройдет сквозь диэлектрик, другая же часть обрывается на связанных зарядах. Таков механизм ослабления поля в диэлектрике. Результирующее поле в диэлектрике будет:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}' \quad (3.54)$$

Согласно формуле (3.49)  $E' = \sigma' / \epsilon_0$ , поэтому

$$E = E_0 - \sigma' / \epsilon_0. \quad (3.55)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ . Полный дипольный момент пластинки диэлектрика

$$P_V = PV = PSd,$$

где  $S$  - площадь грани пластинки,  $d$  — ее толщина. С другой стороны, полный дипольный момент, равен произведению связанного заряда каждой грани  $q' = \sigma' S$  на расстояние  $d$  между ними, т. е.

$$P_V = \sigma' S d .$$

Таким образом,

$$PSd = \sigma' S d,$$

или

$$\sigma' = P \quad (3.56)$$

т. е. поверхностная плотность связанных зарядов  $\sigma'$  численно равна поляризованности  $P$ . Тогда выражение для напряженности результирующего поля

внутри диэлектрика с учётом с формул (3.53) и (3.56) приобретает вид:

$$E = E_0 - \chi E$$

и

$$E = E_0 / (1 + \chi) = E_0 / \varepsilon.$$

Следовательно, относительная диэлектрическая проницаемость среды  $\varepsilon$  связана с её диэлектрической восприимчивостью  $\chi$  соотношением:

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (3.57)$$

### 3.1.13 Электроёмкость уединённого проводника.

Опыты показывают, что различные проводники, заряженные одинаковыми зарядами, имеют разные потенциалы. Это говорит о том, что они обладают некоторым различным физическим свойством. Это свойство характеризуется величиной, называемой электроёмкостью (ёмкостью).

Ёмкость проводника зависит от окружающих тел, поэтому вводится понятие уединённого проводника. ***Проводник называется уединенным, если вблизи его нет других проводников и заряженных тел, способных повлиять на распределение зарядов на данном проводнике.***

Сообщенный проводнику заряд  $q$  распределяется по его поверхности так, чтобы напряженность поля внутри проводника была равна нулю. Если уединенному проводнику уже несущему заряд  $q$  сообщить еще заряд такой же величины, то второй заряд должен распределиться по проводнику точно таким же образом, как и первый, в противном случае он создаст в проводнике поле, отличное от нуля.

*Различные по величине заряды распределяются на уединенном проводнике подобным образом (отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любой величине заряда будет одним и тем же. ).*

Увеличение в некоторое число раз заряда приводит к увеличению в то же число раз напряженности поля в каждой точке окружающего проводника пространства. Соответственно в такое же число раз возрастает работа переноса единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника, т.е. потенциал проводника. Отсюда вытекает, что *потенциал уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду.* Таким образом, для уединенного проводника  $q = C\varphi$  и

$$C = q / \varphi, \quad (3.58)$$

где  $C$  - электроёмкость (ёмкость) проводника.

**Емкостью уединённого проводника называется физическая величина, численно равная заряду, при сообщении которого ранее незаряженному проводнику его потенциал принимает значение равное единице.**

За единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл. Эта единица емкости называется фарадой.

$$1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В.}$$

Уединенные проводники обладают небольшой емкостью (емкость Земли  $\sim 700$  мкФ). Емкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар радиусом  $9 \cdot 10^9$  м, т.е. радиусом в 1500 раз большим радиуса Земли. Поэтому на практике пользуются единицами, равными долям фарады - миллифарадой (мФ), микрофарадой (мкФ), нанофарадой (нФ), пикофарадой (пФ):

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}; \quad 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Формулу электрической емкости уединенного проводящего шара (сферы) можно получить, подставив в формулу (3.58) выражение для потенциала на поверхности заряженной сферы (3.44):

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

Если вблизи какого-либо проводника А имеются другие проводники, то его емкость больше, чем у такого же уединенного проводника. Это объясняется тем, что в процессе сообщения проводнику А заряда  $q$ , на окружающих его проводниках возникают индуцированные заряды, при этом на сторонах, обращенных к проводнику А, оказываются заряды противоположные по знаку заряду  $q$ . Индуцированные заряды ослабляют поле заряда  $q$  и снижают потенциал проводника А, что и означает увеличение его емкости благодаря влиянию соседних проводников.

За ёмкость неуединённого проводника принимают физическую величину, выражаемую формулой:

$$C = d q / d \varphi \quad (3.59)$$

**Электроёмкостью неуединённого проводника называют физическую величину, численно равную заряду, который надо сообщить проводнику, чтобы изменить его потенциал на единицу.**

Электроёмкость проводника зависит от окружающих проводник тел, от диэлектрических свойств окружающей среды, от размеров и формы проводника. Если проводник находится в однородной изотропной среде, заполняющей все поле, то его электроёмкость пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости среды.

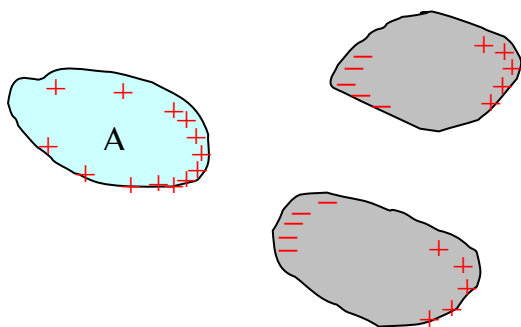


Рисунок 3.15

Рисунок 3.15

### 3.1.14 Взаимная электроёмкость двух проводников. Конденсаторы

Рассмотрим систему двух проводников, с одинаковыми по величине и противоположными по знаку зарядами. Пусть абсолютная величина заряда каждого проводника  $q$ , а разность потенциалов проводников  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Опыты показывают, что если проводники удалены от других заряженных тел или проводников, то  $\varphi_1 - \varphi_2$  пропорционально заряду  $q$ :  $\varphi_1 - \varphi_2 = Cq$  и:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad (3.60)$$

где  $C$  – взаимная электроёмкость двух проводников. Итак:

***взаимная электроёмкость двух проводников, удалённых от других тел и заряженных одинаковыми по величине и противоположными по знаку зарядами, это скалярная величина, равная отношению абсолютного значения заряда одного из проводников к разности потенциалов между ними.***

Взаимная электроёмкость двух проводников зависит от их размеров, формы, взаимного расположения и от диэлектрических свойств окружающих проводники среды.

Практический интерес представляют системы проводников, электроёмкость которых не зависит от окружающих тел. Такими системами проводников являются конденсаторы. ***Конденсатором называется система двух проводников, разделённых слоем диэлектрика, заряженных одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами.*** Форма и расположение проводников таковы, что поле сосредоточено практически полностью в узком зазоре между проводниками. Сами проводники называются в этом случае обкладками конденсатора. Под зарядом конденсатора понимают абсолютное значение заряда одной из обкладок.

Ёмкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (3.61)$$

Электроёмкость конденсатора то физическая величина, равная отношению заряда  $q$ , накопленного на конденсаторе, к разности потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между его обкладками. Разность потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между обкладками конденсатора называется напряжением  $U$  между обкладками.

В плоском конденсаторе две параллельные металлические пластины площадью  $S$  каждая, расположены на расстоянии  $d$  друг от друга и имеют заряды  $+q$  и  $-q$ . Используя формулы (3.61) и (3.50), можно получить формулу ёмкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (3.62)$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды заполняющей пространство между пластинами. Можно показать, что ёмкость сферического и цилиндрического конденсаторов определяется, соответственно, по формулам (3.63) и (3.64):

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad (3.63)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  - радиусы концентрических сфер - обкладок сферического конденсатора;

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}{\ln(R_2/R_1)}, \quad (3.64)$$

где  $h$  - высота цилиндров,  $R_1$  и  $R_2$  - радиусы цилиндров, концентрически вставленных один в другой.

Из приведённых формул для ёмкостей различных конденсаторов следует, что ёмкость конденсатора зависит от его размеров, формы и типа диэлектрика между обкладками.

### 3.1.15 Соединение конденсаторов

Каждый конденсатор характеризуется емкостью и максимальным рабочим напряжением. Если напряжение на конденсаторе делается слишком большим, то конденсатор "пробивается" - между обкладками возникает искра, пробивающая изоляцию. Для получения нужной емкости при данном рабочем напряжении конденсаторы часто соединяют в батареи.

При параллельном соединении конденсаторов (рис. 3.16) напряжение на всех конденсаторах одинаково:  $U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U$ ; суммарный заряд равен сумме зарядов на отдельных конденсаторах:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = U \cdot \sum_{i=1}^n C_i = UC.$$

Таким образом, результирующая емкость при параллельном соединении

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \quad (3.65)$$

При последовательном соединении конденсаторов (рисунок 3.17), благодаря явлению индукции, одинаковым для всех конденсаторов будет заряд  $q$ , равный полному заряду батареи:

$$q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q.$$

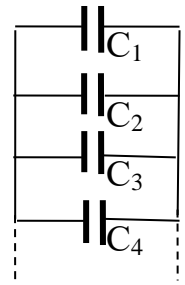


Рисунок 3.16

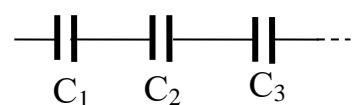


Рисунок 3.17

Приложенное напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n.$$

Поэтому для всей батареи справедливо соотношение:

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Результирующая емкость при последовательном соединении конденсаторов определится из соотношения:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \dots + 1/C_n \quad (3.66)$$

При последовательном соединении суммируются обратные величины емкостей. Если параллельно соединены  $n$  одинаковых конденсаторов и емкость каждого  $C_0$ , то ёмкость батареи конденсаторов  $C=C_0/n$ . Таким образом, при последовательном соединении  $n$  одинаковых конденсаторов емкость батареи в  $n$  раз меньше емкости отдельного конденсатора, во столько же раз напряжение на каждом конденсаторе меньше напряжения батареи, чем увеличивается допустимое напряжение батареи по сравнению с допустимым напряжением конденсатора.

### 3.1.16 Энергия системы зарядов, уединённого проводника и конденсатора. Энергия электрического поля

#### *а) Энергия системы неподвижных точечных зарядов.*

Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$  в поле друг друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает энергией:

$$W_1 = q_1 \varphi_{12}, \quad W_2 = q_2 \varphi_{21},$$

где  $\varphi_{12}$  и  $\varphi_{21}$  -соответственно потенциалы, создаваемые зарядом  $q_2$  в точке нахождения заряда  $q_1$  и зарядом  $q_1$  в точке нахождения заряда  $q_2$ .

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_1}; \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_2},$$

поэтому  $W_1 = W_2 = W$  и

$$W = q_1 \varphi_{12} = q_2 \varphi_{21} = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_{12} + q_2 \varphi_{21}) \quad (3.67)$$

В случае  $n$  неподвижных зарядов их взаимная энергия

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  - потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд  $q_i$  всеми зарядами, кроме  $i$ -го.

**б) Энергия уединенного заряженного проводника**

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны:  $q$ ,  $C$ ,  $\varphi$ . Увеличим заряд этого проводника на  $dq$ . Для этого необходимо перенести заряд  $dq$  из бесконечности на уединенный проводник, совершив работу  $dA = \varphi dq = C \varphi d\varphi$ .

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до потенциала  $\varphi$  необходимо совершить работу:

$$A = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = C \frac{\varphi^2}{2}. \quad (3.68)$$

За счет этой работы заряженное тело приобретает энергию, равную:

$$W = C \frac{\varphi^2}{2} = q\varphi/2 = q^2/2C. \quad (3.69)$$

При замене  $\varphi$  на  $\Delta\varphi$ , получим формулу для энергии заряженного конденсатора

$$W = C(\Delta\varphi)^2/2 = q\Delta\varphi/2 = q^2/(2C) \quad (3.70)$$

**в) Энергия электрического поля.** Энергия любой системы зарядов сосредоточена в электрическом поле, образуемом этим системами, и распределена в нём с определённой плотностью. Определим плотность энергии электрического поля для простейшего случая – однородное поле плоского конденсатора. Для этого преобразуем формулу для энергии заряженного конденсатора (3.70), используя выражения для емкости конденсатора  $C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d$  и разности потенциала между его обкладками  $\Delta\varphi = Ed$ , тогда :

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \quad (3.71)$$

где  $V = Sd$  - объем конденсатора, а следовательно, и электрического поля между его обкладками.

Объемной плотностью энергии электростатического поля называется энергия, приходящаяся на единицу объёма -  $w = W/V$ . Из формулы (3.71) следует:

$$w = W/V = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = ED/2 \quad (3.72)$$



Это выражение справедливо для поля, созданного любой системой зарядов при условии, что среда, в которой создается поле – изотропная.

## 3.2 Законы постоянного тока

### 3.2.1 Электрический ток. Сила и плотность тока

Электрическим током называется направленное (упорядоченное) движение зарядов.

Для существования электрического тока в проводнике необходимо, во-первых, наличие электрических зарядов, которые могли бы перемещаться, и, во-вторых, наличие электрического поля, энергия которого затрачивалась бы на перемещение электрических зарядов.

Электрический ток, возникающий в проводнике под действием поля, называется током проводимости. Ток, связанный с перемещением заряженных твердых или жидких тел называется конвекционным током.

За направление тока принимается направление движения положительно заряженных частиц.

Действия тока.

1. Тепловое действие : проводник, по которому течет ток, нагревается.
2. Химическое действие: электрический ток может изменять химический состав проводника.
3. Магнитное действие: ток оказывает силовое действие на соседние токи и намагниченные тела.

Сила тока - это скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника за 1 с.

$$I = \Delta q / \Delta t \quad (3.73)$$

Единица силы тока 1 Ампер = 1 Кл/с.

Сила тока зависит от заряда  $q_0$  переносимого каждой частицей, концентрации частиц  $n$ , скорости их направленного движения  $v$  и площади поперечного сечения проводника  $S$ .

$$I = q_0 n v S. \quad (3.74)$$

Плотность тока - это физическая величина, определяемая зарядом, проходящим через единицу площади поперечного сечения проводника за единицу времени:

$$j = q / S t = I / S \quad (3.75)$$

Плотность тока - это вектор, направление которого совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

При наличии внутри проводника электрического поля, между его концами возникает разность потенциалов. Если она поддерживается постоянной, то ток также является постоянным. Многие характеристики постоянного тока сохраняются для достаточно медленно меняющихся токов в цепях ограниченной протяженности – квазистационарных токов.

При наличии тока электрическое поле внутри проводника не равно нулю. В этом случае линии напряженности не перпендикулярны к поверхности проводников, а поверхности проводников уже не являются эквипотенциальными поверхностями. Вектор  $E$  наклонен в направлении тока на некоторый угол  $\alpha$ , при этом  $\operatorname{tg} \alpha = E_n/E_\tau$ , где  $E_n$  – нормальная составляющая напряженности, направленная от провода, если потенциал положителен.

### 3.2.2 Закон Ома. Сопротивление проводников

Ом установил (1827 г) что при постоянной температуре сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению  $U$  и обратно пропорциональна сопротивлению проводника  $R$ . Закон Ома для однородного участка цепи (содержащего источника тока):

$$I = U/R \quad (3.76)$$

Сопротивление проводников зависит от размеров, формы и материала проводника. Сопротивление цилиндрического проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$ :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.77)$$

где  $\rho$  - удельное электрическое сопротивление  $\rho = \frac{RS}{l}$ .

Так как  $R = U/I$ , то единица сопротивления 1 Ом = 1  $\frac{В}{А}$ . Единица удельного сопротивления 1 Ом·м.

Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро ( $1,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м) и медь ( $1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м). На практике, наряду с медными применяются алюминиевые провода ( $\rho = 2,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м).

Величина, обратная сопротивлению проводника, называется электрической проводимостью.

$$G = 1/R.$$

Единица проводимости  $\text{Ом}^{-1}$ , она называется Сименсом (См).

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l},$$

где величина, обратная удельному сопротивлению  $\gamma = 1/\rho$  называется удельной электрической проводимостью вещества проводника. Ее единица Сименс на метр (См/м)

Так как

$$U/l = E, \quad j = \gamma E,$$

то закон Ома в дифференциальной форме имеет вид:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (3.78)$$

### 3.2.3 Зависимость сопротивления проводника от температуры

В первом приближении зависимость удельного сопротивления от температуры является линейной:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \quad (3.79)$$

$$R = R_0(1 + \alpha t) \quad (3.80)$$

где  $\rho$  и  $\rho_0$ ,  $R$  и  $R_0$  - соответственно удельные сопротивления и сопротивления при  $t^\circ\text{C}$  и  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов при не очень низких температурах близкий к  $1/273 \text{ K}^{-1}$ .

Учитывая это можно записать :

$$R = R_0 \alpha T,$$

где  $T$  – температура по шкале Кельвина.

Качественный характер зависимости сопротивления металлов от температуры представлен на рис.3.18 Сопротивление многих металлов ( Al, Pb, Zn и др.) при очень низких температурах, называемых критическими, скачком падает до нуля, т.е. металл становится абсолютным проводником.

Явление сверхпроводимости впервые было обнаружено в 1911 г Г.Камерлинг-Оннесом для ртути. Критическая температура для металлов составляет 1-20 К, а для некоторых керамических материалов  $T_{\text{кр}}$  достигает 100К и выше; для них наблюдается высокотемпературная сверхпроводимость.

Очень сильное магнитное поле разрушает сверхпроводящее состояние. Такое поле может быть создано током в самом сверхпроводнике. Поэтому, для каждого сверхпроводника существует критическое значение силы тока, превзойти которое, не нарушая сверхпроводящего состояния, нельзя.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления, которые позволяют измерять температуру с точностью до

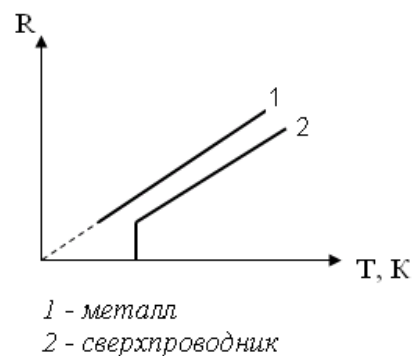


Рисунок 3.18

0,003К. Термометры сопротивления, в которых используются полупроводники, называются термисторами. Они позволяют измерять температуру с точностью до миллионных долей градуса.

### 3.2.4 Последовательное и параллельное соединение проводников

При последовательном соединении электрическая цепь не имеет разветвлений. Все проводники включаются в цепь поочередно друг за другом. При последовательном соединении сила тока через все проводники одинакова:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n.$$

Напряжение, приложенное к цепи, равно сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n; \quad IR = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n.$$

Отсюда, результирующее сопротивление при последовательном соединении

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (3.81)$$

При параллельном соединении напряжение на всех проводниках одинаково:

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

Сила тока равна сумме токов в отдельных проводниках:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

Результирующее сопротивление при параллельном соединении находится из формулы:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n \quad (3.82)$$

### 3.2.5 Измерение силы тока и напряжения

Для измерения силы тока используется амперметр, для измерения напряжения - вольтметр.

Амперметр включается последовательно с проводником, в котором измеряется сила тока.

Вольтметр включается параллельно проводнику, на котором измеряется напряжение.

### 3.2.6 Закон Ома для неоднородного участка цепи (закон Ома в обобщённой форме)

Чтобы по цепи протекал постоянный ток, необходимо на концах её поддерживать постоянную разность потенциалов. Эту роль в электрической цепи выполняют источники тока. **Силы не электростатического происхождения, действующие на заряженные частицы со стороны источника тока, называют сторонними силами.** Так, в гальванических элементах сторонними силами являются силы химического происхождения; в электромагнитных генераторах – механического происхождения. Под действием поля сторонних сил электрические заряды внутри источника тока движутся против сил электростатического поля. Благодаря этому на концах цепи поддерживается разность потенциалов, и в цепи течёт постоянный электрический ток.

**Участок цепи называется неоднородным, если на нём кроме сил электростатического поля на заряд действуют сторонние силы (участок цепи содержит источник тока).**

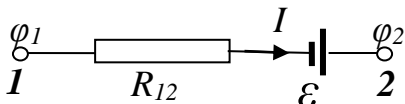


Рисунок 3.19

Рассмотрим неоднородный участок цепи  $1 - 2$  (рисунок 3.19):  $R_{12}$  – полное сопротивление этого участка,  $\varepsilon$  – ЭДС источника тока, включённого на этом участке,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы на концах участка  $1 - 2$ ,  $I$  – сила тока. Закон Ома в дифференциальной форме для этого участка выражается формулой:

$$\vec{j} = (\vec{E}_e + \vec{E}_{cm}) / \rho,$$

$$\rho \vec{j} = (\vec{E}_e + \vec{E}_{cm}), \quad (3.83)$$

где  $\vec{E}_e$  и  $\vec{E}_{cm}$  напряжённости поля электрических и сторонних сил соответственно. На неоднородном участке цепи работу совершают кулоновские и сторонние силы. Чтобы от закона Ома перейти к выражению работы, умножим скалярно обе части равенства (3.83) на элемент участка цепи  $d\vec{l}$ , направление которого совпадает с направлением плотности тока:

$$\rho (\vec{j} \cdot d\vec{l}) = (\vec{E}_e \cdot d\vec{l}) + (\vec{E}_{cm} \cdot d\vec{l}), \quad (3.84)$$

$$\rho (\vec{j} \cdot d\vec{l}) = \rho j dl = I \rho dl / S$$

Проинтегрируем обе части равенства по длине участка цепи  $1 - 2$ :

$$\int_1^2 \frac{I \rho dl}{S} = \int_1^2 (\vec{E}_e \cdot d\vec{l}) + \int_1^2 (\vec{E}_{cm} \cdot d\vec{l}) \quad (3.85)$$

Рассмотрим каждый интеграл в отдельности.

$$1) \int_1^2 (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = \int_1^2 E_e dl = \varphi_1 - \varphi_2. \text{ Таким образом, этот интеграл представляет со-}$$

бой падение потенциала на участке цепи 1 – 2, т.е. это величина, численно равная работе кулоновских сил по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи.

$$2) \int_1^2 (\vec{E}_{cm} \cdot d\vec{l}) = \int_1^2 E_{cm} dl = \mathcal{E} - \text{ этот интеграл называется } \textit{электродвижущей}$$

*силой (ЭДС) источника. ЭДС источника тока численно равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда по данному участку цепи.*

$$3) \int_1^2 \frac{I \rho dl}{S} = IR_{12} = U_{12} - \text{ падение напряжения на участке цепи 1 – 2. Таким}$$

образом, *падение напряжения на участке цепи численно равно сумме работ кулоновских и сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда на этом участке цепи.* Следует обратить внимание на то, что введённое понятие «падение напряжения» для неоднородного участка цепи электрического тока не совпадает с понятием «падение напряжение» в электростатике.

С учётом приведённого рассмотрения физического смысла каждого интеграла, уравнение (3.85) принимает вид:

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E},$$

или:

$$I R_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}. \quad (3.86)$$

Формула (3.86) выражает *обобщённый закон Ома (закон Ома для неоднородного участка цепи): произведение электрического сопротивления участка цепи на силу тока в нём равно сумме падения потенциала на этом участке и ЭДС всех источников электрического тока, действующих на этом участке.*

Закон Ома для неоднородного участка цепи можно представить в виде:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R_{12}} \quad (3.87)$$

Рассмотрим частные случаи.

1) Если цепь замкнута, то  $\varphi_1 = \varphi_2$  и  $I R_{пол} = \mathcal{E}$ , где  $R_{пол}$  – полное сопротивление замкнутой цепи, оно состоит из сопротивления внутри источника тока – внутреннего сопротивления  $r$  и сопротивления внешнего участка цепи –  $R$ .

Уравнение (3.87) примет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (3.88)$$

Выражение (3.88) называют *законом Ома для полной (замкнутой) цепи*.

2) Если на участке цепи отсутствует источник тока,  $\mathcal{E} = 0$ , то формула (3.88) переходит в формулу закона Ома для однородного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Согласно уравнению (3.86), в этом случае напряжение равно разности потенциалов. Таким образом, для однородного участка цепи понятия «напряжение» и «разность потенциалов» совпадают, как и в электростатике.

3) Если замкнутую цепь разомкнуть ( $R \rightarrow \infty$ ), согласно уравнению (3.86) ЭДС равна разности потенциалов. Таким образом, чтобы измерить ЭДС источника, надо разомкнуть цепь и измерить разность потенциалов на зажимах источника.

4) Если накоротко замкнуть зажимы источника ( $R = 0$ ), то из уравнения (3.88) получим выражение для тока короткого замыкания  $I_{кз}$ :

$$I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

5) Если цепь содержит несколько последовательно соединенных элементов, то полная ЭДС цепи равна алгебраической сумме ЭДС отдельных элементов. Если при обходе цепи переходят от отрицательного полюса источника тока к положительному, то  $\mathcal{E} > 0$ . Если же при обходе цепи переходят от положительного полюса источника тока к отрицательному, то  $\mathcal{E} < 0$ .

### 3.2.7 Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля-Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение  $U$ . За время  $dt$  через поперечное сечение проводника переносится заряд  $dq = Idt$ . Работа тока

$$dA = Udq = IUdt.$$

Если сопротивление проводника  $R$ , то

$$dA = I^2 R dt = I U dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (3.89)$$

Следует отметить, что в замкнутой цепи  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$  и  $IR_{пол} = \mathcal{E}$  (см. формулу (3.86)), поэтому работа кулоновских сил равна нулю, работу совершают только сторонние силы. Это следует также из того, что кулоновские силы консервативные, и их работа по замкнутому контуру равна нулю.

Мощность тока

$$P = dA/dt = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (3.90)$$

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то вся работа идет на его нагревание и, по закону сохранения энергии  $dQ = dA$ .

**Закон Джоуля - Ленца:**

$$dQ = I^2 R dt = I U dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (3.91)$$

Для постоянного тока:

$$Q = I^2 R t = I U t = \frac{U^2}{R} t. \quad (3.92)$$

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем  $dV = dS dl$  (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого  $\rho \frac{dl}{dS}$ .

$$dQ = I^2 R dt = \rho \frac{dl}{dS} (j \cdot dS)^2 dt = \rho \cdot j^2 dV \cdot dt$$

Количество теплоты  $w$ , выделяющееся за единицу времени в единице объема называется удельной тепловой мощностью тока.

$$w = \rho j^2 \quad (3.93)$$

Используя дифференциальную форму закона Ома  $j = \gamma E$  и соотношение  $\rho = 1/\gamma$ , получим:

$$w = jE = \gamma E^2. \quad (3.94)$$

Формулы (3.93) и (3.94) выражают закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

В замкнутой цепи выделение теплоты происходит, как во внешней цепи, так и внутри источника тока. По закону Джоуля-Ленца оно равно:

$$Q = I^2 R t + I^2 r t.$$

Согласно закону сохранения энергии  $A = Q$ . Так как полезной является работа, совершаемая на внешнем участке цепи, то коэффициент полезного действия можно определить по формуле:

$$\eta = \frac{I^2 R t}{I^2 R t + I^2 r t} = \frac{I^2 R}{I^2 R + I^2 r},$$

или

$$\eta = \frac{R}{R + r}, \quad (3.95)$$



или

$$\eta = U/\mathcal{E}. \quad (3.96)$$

### 3.2.8 Правила Кирхгофа

Правила Кирхгофа служат для расчёта разветвлённых цепей постоянного тока, например, по заданным сопротивлениям и ЭДС определить величину тока и падения напряжения на отдельных участках цепи.

Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, называется узлом. Ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, - отрицательным.

**Первое правило Кирхгофа:** алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле равна нулю

$$\sum I_k = 0 \quad (3.97)$$

Это правило является следствием условия постоянства тока в цепи: ни в одной точке цепи постоянного тока заряды не должны скапливаться.

**Второе правило Кирхгофа:** В любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов  $I_k$  на сопротивления  $R_k$  соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС  $\mathcal{E}_k$ , встречающихся в этом контуре.

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k \quad (3.98)$$

Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными, не совпадающие с направлением обхода – отрицательными. ЭДС считаются положительными, если при обходе контура переход через ЭДС совершается от минуса к плюсу.

При использовании правил Кирхгофа для расчета цепей необходимо:

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи. Действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление выбрано правильно; если искомый ток получится отрицательным – его истинное направление противоположно выбранному.

2. Выбрать произвольно направление обхода контура и строго его придерживаться. Произведение  $IR$  положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода контура; ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против – отрицательными.

3. Составить столько уравнений первого и второго правил, чтобы их число было равно числу искомых величин; каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах.

### 3.3 Электрические токи в металлах, вакууме и газах

#### 3.3.1 Элементарная классическая теория электропроводности металлов

*Экспериментальные подтверждения теории.* Носителями тока в металлах являются свободные электроны, т. е. электроны, не связанные с ионами кристаллической решетки металла. Это представление о природе носителей тока в металлах основывается на электронной теории проводимости, созданной немецким физиком П. Друде (1863—1906) и доработанной впоследствии нидерландским физиком Х. Лоренцем, а также на ряде классических опытов, подтверждающих положения электронной теории.

Первый из таких опытов—опыт немецкого физика Рикке (1901), в котором в течение года электрический ток пропусклся через три последовательно соединенных металлических цилиндра (Cu, Al, Cu) с тщательно отшлифованными торцами одинакового радиуса. Несмотря на то, что общий заряд, прошедший через эти цилиндры, достигал огромного значения ( $\approx 3,5 \cdot 10^6$  Кл), никаких, даже микроскопических, следов переноса вещества не обнаружилось. Это явилось экспериментальным доказательством того, что в металлах ионы не участвуют в переносе электричества, а перенос заряда в металлах осуществляется частицами, которые являются общими для всех металлов. Такими частицами могли быть открытые в 1897 г. английским физиком Д. Томсоном (1856-1940) электроны.

Для доказательства этого предположения необходимо было определить знак и величину удельного заряда носителей (отношение заряда носителя к его массе). Идея подобных опытов заключалась в следующем: если в металле имеются подвижные, не связанные с решеткой носители тока, то при резком торможении проводника эти частицы должны по инерции смещаться вперед, как смещаются вперед пассажиры, стоящие в вагоне при его торможении. Результатом смещения зарядов должен быть импульс тока. По направлению тока можно определить знак носителей тока, а зная размеры и сопротивление проводника, можно вычислить удельный заряд носителей. Эти опыты были проведены шотландским физиком Б. Стюартом (1828—1887) и позже, в 1916 г. американским физиком Р. Толменом (1881—1948). Ими экспериментально доказано, что носители тока в металлах имеют отрицательный заряд, а их удельный заряд приблизительно одинаков для всех исследованных металлов. По значению удельного заряда носителей электрического тока и по определенному ранее Р. Милликенем элементарному электрическому заряду была определена их масса. Оказалось, что значения удельного заряда и массы носителей тока и электронов, движущихся в вакууме, совпадали. Таким образом, было окончательно доказано, что носителями электрического тока в металлах являются *свободные электроны*.

Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла (в ре-

зультате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся «свободными» и могут перемещаться по всему объему. Таким образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны.

*Основные положения теории.* Согласно классической теории электропроводности свободные электроны металла можно рассматривать как электронный газ, подчиняющийся всем законам одноатомного идеального газа. Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По теории Друде-Лоренца, электроны обладают такой же энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного газа. Поэтому, применяя выводы молекулярно-кинетической теории, можно найти среднюю скорость теплового движения электронов  $\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ , которая для  $T=300$  К оказалась равной  $1,1 \cdot 10^5$  м/с. Тепловое движение электронов, являясь хаотическим, не может привести к возникновению тока.

Расстояние, которое при тепловом движении проходит электрон между двумя последовательными столкновениями с ионами кристаллической решетки, называется длиной свободного пробега. В классической теории электропроводности предполагается, что средняя длина свободного пробега  $\langle \ell \rangle \sim 10^{-8}$  см, т.е. порядка расстояния между узлами кристаллической решетки.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник, кроме теплового движения электронов, возникает их упорядоченное движение, т. е. возникает электрический ток. Среднюю скорость  $\langle v \rangle$  упорядоченного движения электронов можно оценить согласно формуле для плотности тока:  $j = ne\langle v \rangle$ . Выбрав допустимую плотность тока, например для медных проводов  $10^7$  А/м<sup>2</sup>, получим, что при концентрации носителей тока  $n = 8 \cdot 10^{28}$  м<sup>-3</sup>, средняя скорость  $\langle v \rangle$  упорядоченного движения электронов равна  $7,8 \cdot 10^{-4}$  м/с. Следовательно,  $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$ , т. е. даже при очень больших плотностях тока средняя скорость упорядоченного движения электронов, обуславливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения. Поэтому при вычислениях результирующую скорость  $\langle v \rangle + \langle u \rangle$  можно заменять скоростью теплового движения  $\langle u \rangle$ . Казалось бы, полученный результат противоречит факту практически мгновенной передачи электрических сигналов на большие расстояния. На самом деле противоречия нет. Дело в том, что замыкание электрической цепи влечет за собой распространение электрического поля со скоростью  $c$  ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с). Через время  $t = l/c$  ( $l$  - длина цепи) вдоль цепи установится стационарное электрическое поле, и в ней начнется упорядоченное движение электронов. Поэтому электрический ток возникает в цепи практически одновременно с ее замыканием.

Критерием справедливости любой теории является подтверждение её выводов экспериментальными данными. Покажем, что теория Друде-Лоренца

правильно объясняет экспериментально установленные законы постоянного тока.

*Закон Ома.* Пусть в металлическом проводнике существует электрическое поле напряженностью  $E = \text{const}$ . Со стороны поля заряд  $e$  испытывает действие силы  $F = eE$  и приобретает ускорение

$$a = F/m = eE/m.$$

Таким образом, во время свободного пробега электроны движутся равноускоренно, приобретая к концу свободного пробега скорость

$$v_{\text{max}} = eE\langle t \rangle/m,$$

где  $\langle t \rangle$  - среднее время между двумя последовательными соударениями электрона с ионами решетки. Согласно теории Друде, конце свободного пробега электрон, сталкиваясь с ионами решетки, отдает им накопленную в поле энергию, поэтому скорость его упорядоченного движения становится равной нулю. Следовательно, средняя скорость направленного движения электрона

$$\langle v \rangle = (v_{\text{max}} + 0)/2 = eE\langle t \rangle/2m. \quad (3.99)$$

Классическая теория металлов не учитывает распределения электронов по скоростям, поэтому среднее время  $\langle t \rangle$  свободного пробега определяется средней длиной свободного пробега  $\langle \ell \rangle$  и средней скоростью движения электронов относительно кристаллической решетки проводника, равной  $\langle v \rangle + \langle u \rangle$  ( $\langle u \rangle$ —средняя скорость теплового движения электронов). Так как  $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$ , то  $\langle t \rangle = \langle \ell \rangle / \langle u \rangle$ . Подставив значение  $\langle t \rangle$  в формулу для  $\langle v \rangle$ , получим :

$$\langle v \rangle = eE\langle \ell \rangle / 2m\langle u \rangle.$$

Определим плотность тока в металлическом проводнике:

$$j = ne\langle v \rangle = \frac{ne^2\langle \ell \rangle}{2m\langle u \rangle} E, \quad (3.100)$$

откуда видно, что плотность тока пропорциональна напряженности поля, т. е.

$$j = \gamma E.$$

Получили закон Ома в дифференциальной форме. Удельная проводимость материала  $\gamma = \frac{ne^2\langle\ell\rangle}{2m\langle u\rangle}$  тем больше, чем больше концентрация свободных электронов и средняя длина их свободного пробега.

*Закон Джоуля-Ленца.* К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию

$$\langle w_k \rangle_0 = \frac{mv_{\text{мак}}^2}{2} = \frac{ne^2\langle\ell\rangle^2}{2m\langle u\rangle^2} E^2. \quad (3.101)$$

При соударении электрона с ионом эта энергия полностью передается решетке и идет на увеличение внутренней энергии металла, т. е. на его нагревание. За единицу времени электрон испытывает с узлами решетки в среднем  $\langle z \rangle$  столкновений:

$$\langle z \rangle = \langle u \rangle / \langle \ell \rangle.$$

Если  $n$  - концентрация электронов, то в единицу времени происходит  $n\langle z \rangle$  столкновений, и решетке передается энергия  $w = n\langle z \rangle \cdot \langle w_k \rangle_0$ , которая идет на нагревание проводника. Таким образом, энергия, передаваемая решетке в единице объема проводника за единицу времени:

$$w = \frac{ne^2\langle\ell\rangle^2}{2m\langle u\rangle} E^2. \quad (3.102)$$

Величина  $w$  является удельной тепловой мощностью тока. Коэффициент пропорциональности между  $w$  и  $E^2$  представляет собой удельную проводимость  $\gamma$ . Следовательно, выражение для  $w$  представляет собой закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \gamma E^2 \quad (3.103)$$

*Закон Видемана-Франца.* Металлы обладают как большой электропроводностью, так и высокой теплопроводностью. Это объясняется тем, что носителями тока и теплоты в металлах являются одни и те же частицы - свободные электроны, которые, перемещаясь в металле, переносят не только электрический заряд, но и присущую им энергию хаотического (теплового) движения, т. е. осуществляют перенос теплоты.

Видеманом и Францем в 1853 г. экспериментально установлен закон, согласно которому отношение теплопроводности ( $\lambda$ ) к удельной проводимости ( $\gamma$ ) для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально термодинамической температуре:

$$\lambda/\gamma = \beta T, \quad (3.104)$$

где  $\beta$  - постоянная, не зависящая от рода металла.

Элементарная классическая теория электропроводности металлов позволила найти значение  $\beta$ :

$$\beta = 3(k/e)^2, \quad (3.105)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана. Это значение хорошо согласуется с опытными данными. Однако, как оказалось впоследствии, это согласие теоретического значения с опытом случайно. Лоренц, применив к электронному газу статистику Максвелла-Больцмана, учтя тем самым распределение электронов по скоростям, получил

$$\beta = 2(k/e)^2, \quad (3.106)$$

что привело к резкому расхождению теории с опытом.

Таким образом, классическая теория электропроводности металлов объяснила законы Ома и Джоуля—Ленца, а также дала качественное объяснение закону Видемана — Франца. Однако она, помимо рассмотренных противоречий в законе Видемана — Франца, столкнулась еще с рядом трудностей при объяснении различных опытных данных. Рассмотрим некоторые из них.

#### *Трудности классической теории электропроводности металлов.*

а) Из формулы удельной проводимости следует, что сопротивление металлов, т. е. величина, обратно пропорциональная  $\gamma$ , должна возрастать пропорционально  $\sqrt{T}$ :  $n$  и  $\langle \ell \rangle$  от температуры не зависят, а  $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$ . Этот вывод электронной теории противоречит опытным данным, согласно которым  $R \sim T$ .

в) Чтобы по формуле  $\gamma = \frac{ne^2 \langle \ell \rangle}{2m \langle u \rangle}$  получить  $\gamma$ , совпадающее с опытными значениями, надо принимать  $\langle \ell \rangle$  порядка сотен расстояний между узлами кристаллической решетки, что не согласуется с теорией Друде-Лоренца.

с) Теплоемкость металла складывается из теплоемкости его кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Поэтому атомная (т. е. рассчитанная на 1 моль) теплоемкость металла должна быть значительно большей, чем атомная теплоемкость диэлектриков, у которых нет свободных электронов. Согласно закону Дюлонга и Пти, теплоемкость одноатомного кристалла равна  $3R$  ( $R$  - универсальная газовая постоянная). Учтем, что теплоемкость одноатомного электронного газа равна  $3/2R$ . Тогда атомная теплоемкость металлов должна быть близка к  $4,5R$ . Однако опыт доказывает, что она равна  $3R$ , т. е. для металлов, так же как и для диэлектриков, хорошо выполняется закон Дюлонга и Пти. Следовательно, наличие электронов проводимости практически не сказывается на значении теплоемкости, что не объясняется классической электронной теорией.

Указанные расхождения теории с опытом можно объяснить тем, что движение электронов в металлах подчиняется, не законам классической механики, а законам квантовой механики, и, следовательно, поведение электронов проводимости надо описывать не статистикой Максвелла-Больцмана, а квантовой статистикой.

Надо отметить, что классическая электронная теория не утратила значения и до настоящего времени, так как во многих случаях (например, при малой концентрации электронов проводимости и высокой температуре) она дает правильные качественные результаты и является по сравнению с квантовой теорией простой и наглядной.

### 3.3.2 Работа выхода электронов из металла

Как показывает опыт, свободные электроны при обычных температурах, практически не покидают металл. Следовательно, в поверхностном слое металла должно быть задерживающее электрическое поле, препятствующее выходу электронов из металла в окружающий вакуум. Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется *работой выхода*.

Укажем две вероятные причины появления работы выхода.

а) Если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд и электрон притягивается к индуцированному им самим положительному заряду.

б) Отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на расстояния порядка атомных и создают тем самым над поверхностью металла «электронное облако», плотность которого быстро убывает с расстоянием. Это облако вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует *двойной электрический слой*, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным расстояниям ( $10^{-10}$  -  $10^{-9}$  м). Он не создает электрическое поле во внешнем пространстве, но препятствует выходу свободных электронов из металла.

Таким образом, электрон при вылете из металла должен преодолеть задерживающее его электрическое поле двойного слоя. Разность потенциалов  $\Delta\varphi$  в этом слое, называемая *поверхностным скачком потенциала*, определяется работой выхода ( $A$ ) электрона из металла:

$$\Delta\varphi = A/e,$$

где  $e$  - заряд электрона. Так как вне двойного слоя электрическое поле отсутствует, то потенциал среды равен нулю, а внутри металла потенциал положителен и можно считать равным  $\Delta\varphi$ . Потенциальная энергия свободного электрона внутри металла равна  $-e\Delta\varphi$  и является относительно вакуума отрицательной. Исходя из этого можно считать, что весь объем металла для электронов проводимости представляет потенциальную яму с плоским дном, глубина которой равна работе выхода  $A$ .

Работа выхода выражается в электрон-вольтах (эВ): 1 эВ равен работе, совершаемой силами поля при перемещении элементарного электрического заряда (заряда равного заряду электрона) в поле с разностью потенциалов в 1 В. Так как заряд электрона равен  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, то  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности и колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (например, у калия  $A = 2,2$  эВ, у платины  $A = 6,3$  эВ). Подобрав определенным образом покрытие поверхности, можно значительно уменьшить работу выхода. Например, если нанести на поверхность вольфрама ( $A = 4,5$  эВ) слой оксида щелочноземельного металла (Ca, Sr, Ba), то работа выхода снижается до 2 эВ.

### 3.3.3 Эмиссионные явления и их применения

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для совершения работы выхода, то часть электронов может покинуть металл, в результате чего наблюдается явление испускания электронов, или электронная эмиссия. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную и автоэлектронную эмиссии.

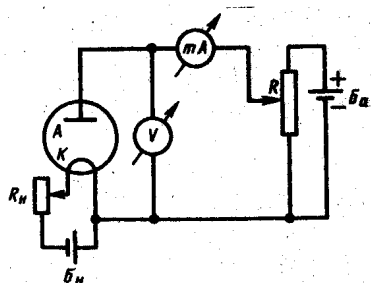


Рисунок 3.20

1. *Термоэлектронная эмиссия* - это испускание электронов нагретыми металлами. Концентрация

свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах, вследствие максвелловского закона распределения электронов по скоростям (по энергиям), некоторые электроны обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на границе металла. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным. Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с помощью простейшей двухэлектродной лампы - вакуумного диода, представляющего собой откачанный баллон, содержащий два электрода: катод К и анод А. В простейшем случае катодом служит нить из тугоплавкого металла (например, вольфрама), накаливаемая электрическим током. Анод чаще всего имеет форму металлического цилиндра, окружающего катод. Если диод включить в цепь, как это показано на рис.3.20, то при накаливании катода и подаче на анод положительного напряжения (относительно катода) в анодной цепи диода возникает ток. Если поменять полярность батареи  $B_a$ , то ток прекращается, как бы сильно катод ни накаливали. Следовательно, катод испускает отрицательные частицы - электроны.



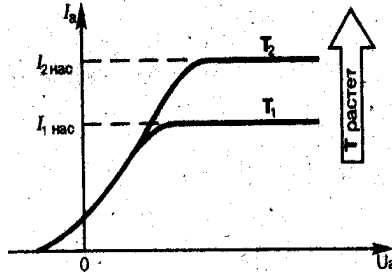


Рисунок 3.21

Если поддерживать температуру накаленного катода постоянной и снять зависимость анодного тока  $I$ , от анодного напряжения  $U_a$  - вольтамперную характеристику (рис.3.21), то оказывается, что она не является линейной, т.е. для вакуумного диода закон Ома не выполняется. Зависимость термоэлектронного

тока от анодного напряжения в области малых положительных значений  $U$  описывается **законом трех вторых** (установлен русским физиком С. А. Богуславским (1883—1923) и американским физиком Ленгмюром (1881-1957)):

$$I = BU^{3/2}, \quad (3.106)$$

где  $B$  — коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также их взаимного расположения.

При увеличении анодного напряжения ток возрастает до некоторого максимального значения  $I_{\max}$ , называемого током насыщения. Это означает, что почти все электроны, покидающие катод, достигают анода, поэтому дальнейшее увеличение напряженности поля не может привести к увеличению термоэлектронного тока. Следовательно, плотность тока насыщения характеризует эмиссионную способность материала катода.

Плотность тока насыщения определяется формулой Ричардсона-Дешмана, выведенной теоретически на основе квантовой статистики:

$$J_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/(kT)}, \quad (3.107)$$

где  $A$  — работа выхода электронов из катода,  $T$  — термодинамическая температура,  $C$  — постоянная, теоретически одинаковая для всех металлов (это не подтверждается экспериментом, что, по-видимому, объясняется поверхностными эффектами). Уменьшение работы выхода приводит к резкому увеличению плотности тока насыщения. Поэтому применяются оксидные катоды (например, никель, покрытый оксидом щелочноземельного металла), работа выхода которых равна 1—1,5 эВ.

На рисунке 3.21 представлены вольтамперные характеристики для двух температур катода:  $T_1$  и  $T_2$  причем  $T_2 > T_1$ . С повышением температуры катода испускание электронов с катода интенсивнее, при этом увеличивается и ток насыщения. При  $U_a = 0$  наблюдается анодный ток, т. е. некоторые электроны, эмитируемые катодом, обладают энергией, достаточной для преодоления работы выхода и достижения анода без приложения электрического поля.

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме. Например, в электронных лампах, рентгеновских трубках, электронных микроскопах и т. д. Электронные лампы широко применяются в электро- и радиотехнике, автоматике и телемеханике для выпрямления переменных токов, усиления электрических сигналов и переменных токов, генерирования электромагнитных колебаний и т. д. В за-

висимости от назначения в лампах используются дополнительные управляющие электроды.

2. *Фотоэлектронная эмиссия* — это эмиссия электронов из металла под действием света, а также коротковолнового электромагнитного излучения (например, рентгеновского). Основные закономерности этого явления будут рассмотрены позже при изучении фотоэлектрического эффекта.

3. *Вторичная электронная эмиссия* — это испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Вторичный электронный поток состоит из электронов, отраженных поверхностью (упруго и не упруго отраженные электроны), и «истинно» вторичных электронов — электронов, выбитых из металла, полупроводника или диэлектрика первичными электронами.

Отношение числа вторичных электронов  $n_2$  к числу первичных -  $n_1$ , вызвавших эмиссию, называется коэффициентом вторичной электронной эмиссии  $\delta = n_2/n_1$ .

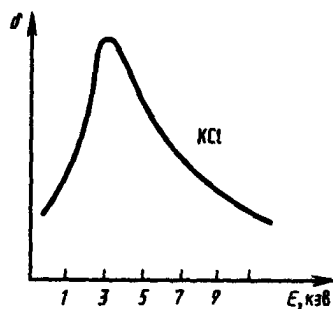


Рисунок 3.22

Коэффициент  $\delta$  зависит от природы материала поверхности, энергии бомбардирующих частиц и их угла падения на поверхность. У полупроводников и диэлектриков  $\delta$  больше, чем у металлов. Это объясняется тем, что в металлах, где концентрация электронов проводимости велика, вторичные электроны, часто сталкиваясь с ними, теряют свою энергию и не могут выйти из металла. В полупроводниках и диэлектриках же из-за малой концентрации электронов проводимости столкновение электронов проводимости со вторичными электронами происходит гораздо реже и вероятность вы-

хода вторичных электронов из эмиттера возрастает в несколько раз.

Для примера на рис. 3.22 приведена качественная зависимость коэффициента вторичной электронной эмиссии  $\delta$  от энергии  $E$  электронов, падающих на КС1. С увеличением энергии электронов  $\delta$  возрастает, так как первичные электроны все глубже проникают в кристаллическую решетку и, следовательно, выбивают больше вторичных электронов. Однако при некоторой энергии первичных электронов  $\delta$  начинает уменьшаться. Это связано с тем, что, с увеличением глубины проникновения первичных электронов, вторичным электронам всё труднее вырваться на поверхность. Значение  $\delta_{\max}$  для КС1 достигает  $\sim 12$  (для чистых металлов оно не превышает 2).

Явление вторичной электронной эмиссии используется в фотоэлектронных умножителях (ФЭУ), применяемых для усиления слабых электрических токов. ФЭУ представляет собой вакуумную трубку с фотокатодом К и анодом А, между которыми расположено несколько электродов - эмиттеров (рис.3.23). Электроны, вырванные из фотокатода под действием света, попадают на эмиттер  $\mathcal{E}_1$ , пройдя ускоряют потенциалов между К и  $\mathcal{E}_1$ . Из эмиттера  $\mathcal{E}_1$  выбивается  $\delta$  электронов.

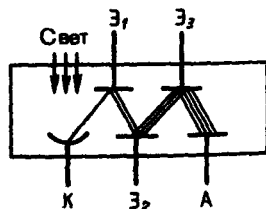


Рисунок 3.23

Усиленный таким образом электронный поток направляется на эмиттер  $\mathcal{E}_2$ , и процесс умножения повторяется на всех последующих эмиттерах. Если ФЭУ содержит  $n$  электродов, то на аноде А, называемом

коллектором, получается усиленный в  $\delta^n$  раз фотоэлектронный ток.

4. *Автоэлектронная эмиссия* — это эмиссия электронов с поверхности металлов под действием сильного внешнего электрического поля. Эти явления можно наблюдать в откачанной трубке, конфигурация электродов которой (катод — острие, анод - внутренняя поверхность трубки) позволяет при напряжениях примерно  $10^3$  В получать электрические поля напряженностью примерно  $10^7$  В/м. При постепенном повышении напряжения (уже при напряженности поля у поверхности катода примерно  $10^5 \div 10^6$  В/м) возникает слабый ток, обусловленный электронами, испускаемыми катодом. Сила этого тока увеличивается с повышением напряжения на трубке. Токи возникают при холодном катоде, поэтому описанное явление называется также холодной эмиссией. Объяснение механизма этого явления возможно лишь на основе квантовой теории.

### 3.4 Ионизация газов. Несамостоятельный газовый разряд

Газы при не слишком высоких температурах и при давлениях, близких к атмосферному, являются хорошими изоляторами. Если поместить в сухой атмосферный воздух заряженный электромметр с хорошей изоляцией, то его заряд долго остается неизменным. Это объясняется тем, что газы при обычных условиях состоят из нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных зарядов (электронов и ионов). Газ становится проводником электричества, когда некоторая часть его молекул ионизируется, т. е. произойдет расщепление нейтральных атомов и молекул на ионы и свободные электроны. Для этого газ надо подвергнуть действию какого-либо ионизатора (например, если поднести к заряженному электромметру пламя свечи, наблюдается уменьшение его заряда; здесь электропроводность газа вызвана нагреванием).

При ионизации газов, таким образом, под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к нейтральным молекулам и атомам превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны. Под действием электрического поля ионы и электроны приходят в направленное движение, образуя электрический ток. Прохождение электрического тока через газы называется газовым разрядом.

Ионизация газов может происходить под действием различных ионизаторов; сильный нагрев (столкновения быстрых молекул становятся настолько сильными, что они разбиваются на ионы), коротковолновое электромагнитное излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское и  $\gamma$ -излучения), корпускулярное

излучение (потoki электронов, протонов и  $\alpha$ -частиц) и т. д. Для того чтобы выбить из молекулы (атома) один электрон, необходимо затратить определенную энергию, называемую *энергией ионизации*, значения которой для атомов различных веществ лежат в пределах  $4 \div 25$  эВ.

Одновременно с процессом ионизации газа всегда идет и обратный процесс – процесс рекомбинации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации.

Строго говоря, электропроводность газа нулю не равна никогда, так как в нем всегда имеются свободные заряды, образующиеся в результате действия на газы космического излучения, а также излучения радиоактивных веществ, имеющих на поверхности Земли. Эта незначительная электропроводность воздуха (интенсивность ионизации под действием указанных факторов невелика) служат причиной утечки зарядов наэлектризованных тел даже при хорошей их изоляции. Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока.

Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (рис.3.24), подвергающийся непрерывному, постоянному по интенсивности воздействию ионизатора.

В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность, и в цепи потечет ток, зависимость которого от приложенного напряжения дана на рисунке 3.25. На участке кривой OA сила тока возрастает пропорционально напряжению, т.е. выполняется закон Ома. При дальнейшем

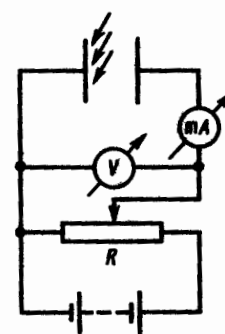


Рисунок 3.24

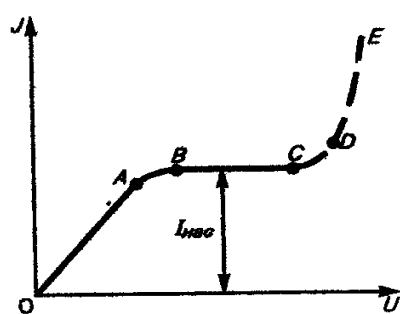


Рисунок 3.25

увеличении напряжения закон Ома нарушается: рост силы тока замедляется (участок AB) и наконец прекращается совсем (участок BC). Это достигается в том случае, когда ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за единицу времени, за это же время достигают электродов. В результате получаем ток насыщения ( $I_{\text{нас}}$ ) значение которого определяется мощностью ионизатора. Ток насыщения, таким образом, является мерой ионизирующего действия ионизатора. Если в режиме OC прекратить действие ионизатора, то прекращается и разряд; Разряды, существующие только под действием

внешних ионизаторов, называют самостоятельными. При дальнейшем увеличении напряжения между электродами сила тока вначале медленно (участок CD), а затем резко (участок DE) возрастает. Механизм этого явления будет рассмотрен в следующем параграфе.

### 3.4.1 Самостоятельный газовый разряд и его типы

Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора называется *самостоятельным*. Рассмотрим условия возникновения самостоятельного разряда. При больших напряжениях между электродами газового промежутка (смотри рисунок 3.24) ток сильно возрастает (участки CD и DE на рис.3.25 ).

При больших напряжениях возникающие под действием внешнего ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим полем, сталкиваясь с нейтральными молекулами газа, ионизируют их. В результате образуются вторичные электроны и положительные ионы (процесс 1 на рисунке 3.26). Положительные ионы движутся к катоду, а электроны - к аноду. Вторичные электроны вновь ионизируют молекулы газа, и, следовательно, общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере продвижения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения электрического тока на участке CD (см. рис.3.25 ). Описанный процесс называется ударной ионизацией.

Однако ударная ионизация под действием электронов недостаточна для поддержания разряда при удалении внешнего ионизатора. Чтобы разряд поддерживался самостоятельно, необходимо «воспроизведение» электронных лавин, т. е. чтобы в газе под действием каких-то процессов возникали новые электроны. Такие процессы схематически показаны на рис. 3.26: 1) ускоренные полем положительные ионы, ударяясь о катод, выбивают из него электроны (процесс 2); 2) положительные ионы, сталкиваясь с молекулами газа, переводят их в возбужденное состояние; переход таких молекул в нормальное состояние сопровождается испусканием фотона (процесс 3); 3) фотон, поглощенный нейтральной молекулой, ионизирует ее, происходит, так называемый, процесс фотонной ионизации молекул (процесс 4); 4) выбивание электронов из катода под действием фотонов (процесс 5). Наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка наступает момент, когда положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа (процесс 6), и к отрицательной пластине устремляются ионные лавины. Когда возникают кроме электронных лавин еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения (участок DE на рис.3.25).

В результате описанных процессов (1—6) число ионов и электронов в объеме газа лавинообразно возрастает, и разряд становится самостоятельным, т. е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный разряд, называется *напряжением пробоя*.

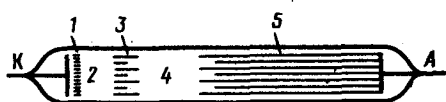


Рисунок 3.27

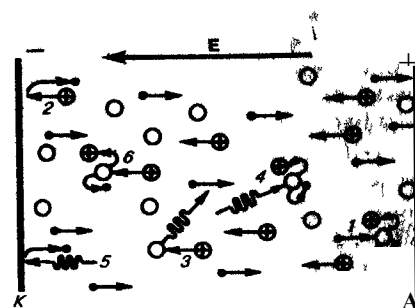


Рисунок 3.26

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырех типах самостоятельного разряда: *тлеющем, искровом, дуговом и коронном*

**1. Тлеющий разряд** возникает при низких давлениях. Если к электродам, впаянным в стеклянную трубку длиной 30—50 см, приложить постоянное напряжение в несколько сотен вольт, постепенно откачивая из трубки воздух, то при давлении  $\approx 5,3$ — $6,7$  кПа возникает разряд в виде светящегося извилистого шнура красноватого цвета, идущего от катода к аноду. При дальнейшем понижении давления шнур утолщается, и при давлении  $\approx 13$  Па разряд имеет вид, схематически изображенный рис.26. Непосредственно к катоду прилегает тонкий светящийся слой 1 - первое катодное свечение, или катодная пленка, затем следует темный слой 2 - катодное темное пространство, переходящее в дальнейшем в светящийся слой 3 - тлеющее свечение, имеющее резкую границу со стороны катода, постепенно исчезающую со стороны анода. Оно возникает из-за рекомбинации электронов с положительными ионами. С тлеющим свечением граничит темный промежуток 4 - фарадеево темное пространство, за которым следует столб ионизированного светящегося газа 5 — положительный столб. Положительный столб существенной роли в поддержании разряда не имеет. Например, при уменьшении расстояния между электродами трубки его длина сокращается, в то время как катодные части разряда по форме и величине остаются неизменными. В тлеющем разряде особое значение для его поддержания имеют только две его части: катодное темное пространство и тлеющее свечение. В катодном темном пространстве происходит сильное ускорение электронов и положительных ионов, выбивающих электроны с катода (вторичная эмиссия). В области тлеющего свечения также происходит ударная ионизация электронами молекул газа. Образующиеся при этом положительные ионы устремляются к катоду и выбивают из него новые электроны, которые в свою очередь, опять ионизируют газ и т. д. Таким образом, непрерывно поддерживается тлеющий разряд.

При дальнейшем откачивании трубки при давлении  $\approx 1,3$  Па свечение газа ослабевает, и начинают светиться стенки трубки. Электроны, выбиваемые из катода положительными ионами, при таких разрежениях редко сталкиваются с молекулами газа и поэтому, ускоренные полем, ударяясь о стекло, вызывают его свечение, так называемую катодолюминесценцию. Поток этих электронов исторически получил название катодных лучей. Если в катоде просверлить малые отверстия, то положительные ионы бомбардирующие катод, пройдя через отверстия проникают в пространство за катодом и образуют резко ограниченный пучок, получивший название каналовых (или положительных) лучей, названных по знаку заряда, который они несут.

Тлеющий разряд широко используется в технике. Так как свечение положительного столба имеет характерный для каждого газа цвет, то его используют в газосветных трубках для светящихся надписей и реклам (например, неоновые газоразрядные трубки дают красное свечение, аргоновые –синевато-зеленое). В лампах дневного света, более экономичных, чем лампы накаливания, излучение тлеющего разряда, происходящее в парах ртути, поглощается

нанесенным на внутреннюю поверхность трубки флуоресцирующим веществом (люминофором), начинающим под воздействием поглощенного излучения светиться. Спектр свечения при соответствующем подборе люминофоров близок к спектру солнечного излучения. Тлеющий разряд используется для катодного напыления металлов. Вещество катода в тлеющем разряде, вследствие бомбардировки положительными ионами, сильно нагреваясь, переходит в парообразное состояние. Помещая вблизи катода различные предметы, можно покрыть их равномерным слоем металла.

**2. Искровой разряд** возникает при больших напряженностях электрического поля ( $\approx 3 \cdot 10^6$  В/м) в газе, находящемся под давлением порядка атмосферного. Искра имеет вид ярко светящегося тонкого канала, сложным образом изогнутого и разветвленного.

Объяснение искрового разряда дается на основе стримерной теории, согласно которой возникновению ярко светящегося канала искры предшествует появление слабосветящихся скоплений ионизованного газа — стримеров. Стримеры возникают не только в результате образования электронных лавин посредством ударной ионизации, но и в результате фотонной ионизации газа. Лавины, догоняя друг друга, образуют проводящие мостики из стримеров, по которым в следующие моменты времени и устремляются мощные потоки электронов, образующие каналы искрового разряда. Из-за выделения при рассмотренных процессах большого количества энергии газ в искровом промежутке нагревается до очень высокой температуры (примерно  $10^4$  К), что приводит к его свечению. Быстрый нагрев газа ведет к повышению давления и возникновению ударных волн, объясняющих звуковые эффекты при искровом разряде — характерное потрескивание в слабых разрядах и мощные раскаты грома в случае молнии, являющейся примером мощного искрового разряда между грозовым облаком и Землей или между двумя грозовыми облаками.

Искровой разряд используется для воспламенения горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания и предохранения электрических линий передачи от перенапряжений (искровые разрядники). При малой длине разрядного промежутка искровой разряд вызывает разрушение (эрозию) поверхности металла, поэтому он применяется для электроискровой точной обработки металлов (резание, сверление). Его используют в спектральном анализе для регистрации заряженных частиц (искровые счетчики).

**3. Дуговой разряд.** Если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами, то разряд становится непрерывным — возникает дуговой разряд. При этом сила тока резко возрастает, достигая сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке падает до нескольких десятков вольт. Дуговой разряд можно получить от источника низкого напряжения, минуя стадию искры. Для этого электроды (например, угольные) сближают до соприкосновения, они сильно раскаляются электрическим током, потом их разводят и получают электрическую дугу (именно так она была открыта В. В. Петровым). При атмосферном давлении температура катода приблизительно равна 3900 К. По мере горения дуги угольный катод заостряется, а на аноде образуется углубление — кратер, являющийся наиболее

горячим местом дуги. По современным представлениям, дуговой разряд поддерживается за счет высокой температуры катода из-за интенсивной термоэлектронной эмиссии, а также термической ионизации молекул, обусловленной высокой температурой газа.

Дуговой разряд находит широкое применение для сварки и резки металлов, получения высококачественных сталей (дуговая печь) и освещения (прожекторы, проекционная аппаратура). Широко применяются также дуговые лампы с ртутными электродами в кварцевых баллонах, где дуговой разряд возникает в ртутном паре при откачанном воздухе. Дуга, возникающая в ртутном паре, является мощным источником ультрафиолетового излучения и используется в

медицине (например, кварцевые лампы). Дуговой разряд при низких давлениях в парах ртути используется в ртутных выпрямителях для выпрямления переменного тока.

**4 Коронный разряд** — высоковольтный электрический разряд при высоком (например, атмосферном) давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности (например, острия). Когда напряженность поля вблизи острия достигает 30 кВ/см, то вокруг него возникает свечение, имеющее вид короны, чем и вызвано название этого вида разряда.

В зависимости от знака коронирующего электрода различают отрицательную или положительную корону. В случае отрицательной короны рождение электронов, вызывающих ударную ионизацию молекул газа, происходит за счет эмиссии их из катода под действием положительных ионов, в случае положительной - вследствие ионизации газа вблизи анода. В естественных условиях корона возникает под влиянием атмосферного электричества у вершин мачт (на этом основано действие молниеотводов), деревьев. Вредное действие короны вокруг проводов высоковольтных линий передачи проявляется в возникновении вредных токов утечки. Для их снижения провода высоковольтных линий делают толстыми. Коронный разряд, являясь прерывистым, становится также источником радиопомех.

Используется коронный разряд в электрофильтрах, применяемых для очистки промышленных газов от примесей. Газ, подвергаемый очистке, движется снизу вверх в вертикальном цилиндре, по оси которого расположена коронирующая проволока. Ионы, имеющиеся в большом количестве во внешней части короны, оседают на частицах примеси и увлекаются полем к внешнему не коронирующему электроду и на нем оседают. Коронный разряд применяется также при нанесении порошковых и лакокрасочных покрытий.

### 3.4.2 Плазма и ее свойства

**Плазмой** называется сильно ионизованный газ, в котором концентрации положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Различают высокотемпературную плазму, возникающую при сверхвысоких температурах, и **газоразрядную** плазму, возникающую при газовом разряде. Плазма характеризуется **степенью** ионизации  $\alpha$  - отношением числа ионизованных частиц к



полному их числу в единице объема плазмы. В зависимости от величины  $\alpha$  говорят о **слабо** ( $\alpha$  составляет доли процента), **умеренно** ( $\alpha$  - несколько процентов) и **полностью** ( $\alpha$  близко к 100%) ионизованной плазме.

Заряженные частицы (электроны, ионы) газоразрядной плазмы, находясь в ускоряющем электрическом поле, обладают различной средней кинетической энергией. Это означает, что температура  $T_e$  электронного газа одна, а ионного  $T_i$ , - другая, причем  $T_e > T_i$ . Несоответствие этих температур указывает на то, что газоразрядная плазма является **неравновесной**, поэтому она называется также **неизотермической**. Убыль числа заряженных частиц в процессе рекомбинации в газоразрядной плазме восполняется ударной ионизацией электронами, ускоренными электрическим полем. Прекращение действия электрического поля приводит к исчезновению газоразрядной плазмы.

Высокотемпературная плазма является **равновесной**, или **изотермической**, т. е. при определенной температуре убыль числа заряженных частиц восполняется в результате термической ионизации. В такой плазме соблюдается равенство средних кинетических энергий составляющих плазму различных частиц. В состоянии подобной плазмы находятся звезды, звездные атмосферы, Солнце. Их температура достигает десятков миллионов градусов.

Условием существования плазмы является некоторая минимальная плотность заряженных частиц, начиная с которой можно говорить о плазме как таковой. Эта плотность определяется в физике плазмы из неравенства  $L \gg D$ , где  $L$  — линейный размер системы заряженных частиц,  $D$  - так называемый дебаевский радиус экранирования, представляющий собой то расстояние, на котором происходит экранирование кулоновского поля любого заряда плазмы.

Плазма обладает следующими основными свойствами: высокой степенью ионизации газа, в пределе — полной ионизацией; равенством нулю результирующего пространственного заряда (концентрация положительных и отрицательных частиц в плазме практически одинакова); большой электропроводностью, причем ток в плазме создается в основном электронами, как наиболее подвижными частицами; свечением; сильным взаимодействием с электрическим и магнитным полями; колебаниями электронов в плазме с большой частотой (« $10^8$  Гц»), вызывающими общее вибрационное состояние плазмы; «коллективным», т.е. одновременным, взаимодействием громадного числа частиц (в обычных газах частицы взаимодействуют друг с другом попарно). Эти свойства определяют качественное своеобразие плазмы, позволяющее считать ее **особым, четвертым, состоянием вещества**.

Изучение физических свойств плазмы позволяет, с одной стороны, решать многие проблемы астрофизики, поскольку в космическом пространстве плазма - наиболее распространенное состояние вещества, а с другой — открывает принципиальные возможности осуществления управляемого термоядерного синтеза. Основным объектом исследований по управляемому термоядерному синтезу является высокотемпературная плазма ( $\approx 10^8$  К) из дейтерия и трития .

Низкотемпературная плазма ( $< 10^5$  К) применяется в газовых лазерах; в термоэлектронных преобразователях и магнетогидродинамических генераторах

(МГД-генераторах) - установках для непосредственного преобразования тепловой энергии в электрическую; в плазменных ракетных двигателях, весьма перспективных для длительных космических полетов.

Низкотемпературная плазма, получаемая в плазмотронах, используется для резки и сварки металлов, для получения некоторых химических соединений (например, галогенидов инертных газов), которые не удастся получить другими способами, и т. д.